تعلم الرواسم والعلاقات

كتاب تعليمي برنامجي

تأليف
أحمد السيد عبد الحميد مصطفى

إشراف
دكتور يحيى حامد هندام
أستاذ ورئيس قسم المناهج وطرق التدريس
كلية البنات بجامعة عين شمس

١٩٧٦

دار النهضة العربية
٣٢ شارع عبد الخالق ثروت



بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

إن ثراء المعرفة العلمية ، والتطور الذى حدث فى مختلف المجالات ، والزيادة الكبيرة فى إعداد التلاميذ ، وقلة عدد المعلمين الإكفاء ، جعلت كثيرا من الدول — مثل أمريكا وإنجلترا وفرنسا والاتحاد السوفيتى والمانيا — تستخدم طريقة فى التعليم تمكن الدارس أن يتعلم بنفسه تبعا لسرعته الخاصة . وهذه الطريقة تعرف باسم طريقة التعلم البرنامجى .

والتعلم البرنامجى هو نوع من التعلم الآلى ، يؤدى إلى استيعاب الدارس للموضوع المطلوب دراسته عن طريق تقسيمه إلى خطوات أو عناصر صغيرة مرتبة ومتتابعة ويوجد بينها علاقات . . . وتهدف إلى تجنيب الدارس الأخطاء ، أما إذا حدثت فيقوم الدارس بتصحيحها بنفسه عندما يدرك العلاقات بين العناصر إدراكا سليما ، وبذلك يتدرب الدارس على الطريقة الصحيحة ، التى تدعم مباشرة بالتأكيد من نتائج هذه الاستجابات . . . وبهذا الأسلوب يصل الدارس بنفسه إلى تحصيل المادة العلمية المطلوبة أو النتائج المرغوب فيها .

وفى مصر ، أدخلت الرياضيات الحديثة فى المدارس الثانوية عام ١٩٧٠/١٩٧١ وما زالت وزارة التربية والتعليم تقوم حتى الآن بتدريب المدرسين على دراسة الموضوعات الرياضية الحديثة . ولكن فترة التدريب لم تكن كافية لاستيعاب المقرارت الجديدة ، كما أن قلة عدد المدرسين المدربين، تجعل العملية التعليمية شاقة بالنسبة للمدرس والتلميذ اللذين يواجهان موضوعات جديدة لأول مرة . هذا بالإضافة إلى أن عملية إعداد المدرسين بهذه الطريقة فحسب — بالرغم من أهميتها — تعتبر عملية بطيئة وتكلف كثيرا من الوقت والجهد والمال .

لذلك رأيت أن أقوم باعداد عدة موضوعات رياضية حديثة بطريقة التعليم البرنامجي ، تساعد كل من المدرس والتلميذ ، بل وكل من يرغب في الاطلاع على الرياضيات الحديثة ، على تفهم المادة الرياضية وتحصيلها بنفسه دون معلم ، وعلى حسب سرعته الخاصة . . . .

وقد نشرت فعلا ثلاث كتب هي : «تعلم الفئات» ، «تعلم المجموعات» «تعلم الحساب الثنائي» وجميعها كتب مُبرمجه ، تشكل بُنية معرفية أساسية في الرياضية الحديثة ، أثبتت مساهمتها الفعالة في تحقيق أهدافها .

واليوم أُقدم هذا الكتاب المبرمج عن « تعلم الرواسم والعلاقات » ويُغطي برنامج هذا الكتاب ثمانية فصول هي : مفهوم الرواسم ، وأنواع الرواسم ، وتحصيل الرواسم ، ومعكوس الرواسم ، والأزواج المرتبة وحاصل الضرب الكارتيزي ، والعلاقة ، وبعض خواص العلاقات ، والفصول المتكافئة . وفي نهاية كل فصل من فصول الكتاب يوجد إختبار لقياس تحصيل الدارس في المعلومات التي درسها ذاتيا ، هذا بالإضافة إلى إختبار عام في الموضوع كله .

ولقد أشرفت على إعداد هذا البرنامج حيث قام بإعداده السيد / أحمد السيد عبد الحميد مصطفى المدرس المساعد بكلية التربية بأسيوط ضمن إشرافي على رسالة ماجستير له موضوعها « تجربة لتدريس الرياضيات المعاصرة بطريقة التعليم البرنامجي لطلاب الصف الأول من المرحلة الثانوية » والخطوات التي اتبعها الباحث في إعـــداد هذا البرنامج تتضمن في الخطوات التالية :

١ ـــ استخدم طريقة حديثة من طرق البرمجة وهي طريقة مصفوفة العلاقات ، وذلك للوصول إلى برنامج معد إعداداً سليما ، لأن هذه الطريقة تتضمن في كل خطوة من خطوات البرمجة تقويماً وتأكيداً عـــلى سلامة البرمجة .

٢ — طبق البرنامج — بفصوله الثمانية — تطبيقا فرديا على ثمانية تلاميذ من تلاميذ الصف الأول الثانوى ، وذلك لاجراء التعديلات اللازمة فى صياغة الإطارات والتحقق من صدقها وثباتها ، وملاءمة أسلوبها ومحتواها لمستوى تلاميذ الصف الأول الثانوى .

وقد تراوح عدد الإطارات فى كل فصل من الفصول الثمانية بين ٢٥ ، ٦١ إطارا ووصل عددها فى البرنامج كله ٣٢٦ إطارا .

٣ — طبق البرنامج تطبيقا جماعيا على تلاميذ فصل دراسى وذلك خلال التجربة الاستطلاعية للبحث وأشارت أهم النتائج إلى ما يأتى :

(ا) أن التلاميذ الذين أجرى عليهم التجربة التمهيدية قد تعلموا من تلقاء أنفسهم بدرجة عالية ، تراوحت النسبة المئوية لدرجات تحصيلهم فى مادة الفصول الثمانية المكونة للبرنامج ما بين ٧٤٪ ، ٨٢٪ .

(ب) أن تلميذ الصف الأول الثانوى يمكن أن يدرس كل فصل من فصول هذا البرنامج دراسة ذاتية ، وأن يجب على أسئلة الاختبار الذى يعقبه فى درس عادى زمنه لا يتجاوز ٥٠ دقيقة ، ماعدا موضوعى الفصلين الأول والثالث إذ يحتاج كل منهما إلى درسين عاديين . وعلى هذا فيمكن القول أن هذا البرنامج يحتاج إلى ١٠ دروس عادية لدراسته .

وأخيراً جرّب الباحث البرنامج كله ـ الفصول الثمانية ـ على تلاميذ ثلاث فصول من تلاميذ الصف الأول الثانوى ، عددهم ١٢٢ تلميذاً وعمرهم الزمنى يتراوح ما بين ١٤ ، ١٦ سنة تقريباً ، ومعامل ذكائهم يتراوح بين ٨١ ، ١١٧ ولم يسبق لهم دراسة موضوعى الرواسم والعلاقات من قبل.

وأسفرت نتائج الاختبارات التحصيلية التسعه على نجاح التلاميذ فى استيعابهم للمادة الرياضية من تلقاء أنفسهم ، كما بينت نتائج تلاميذ مجموعة التجربة أنهم قد تفوقوا على أقرانهم تلاميذ المجموعة الضابطة التى تدرس نفس الموضوعين بالطريقة العادية .

وأقوم الآن بإعداد أبحاث تتصل بتجريب برنامج هذا الكتاب على حالات فردية وجماعية من المدرسين وعلى مستويات مختلفة .

وعلى أية حال ، فحين أقدم هذا الكتاب المبرمج إلى كل من التلميذ والمدرس فى جميع المراحل التعليمية، خاصة المرحلتين الثانوية والإعدادية، يسعدنى أن يصلنى جميع الملاحظات والمقترحات التى تفيد فى تطوير هذا البرنامج .

وفى النهاية أود أن أعبر عن عظيم شكرى إلى السيد / أحمد السيد عبد الحميد مصطفى الذى ساهم بجهود كبير فى أعداد البرنامج وفى إخراج هذا الكتاب على هذه الصورة المشرفة .

والله نسأل أن يوفقنا إلى خدمة العلم ، وإلى خير أبناء الوطن والله ولى التوفيق .

مصر الجديدة سبتمبر ١٩٧٥ — دكتور يحيى هندام

« كيف تبدأ دراسة هذه الموضوعات المبرمجة »

— أن هذه الطريقة ليست اختبارا ولكنها طريقة للتعلم .

— احضر ورقة وقلم ، كذلك قطعة الورق المقوى المعطاة لك .

— ضع قطعة الورق المقوى (مستطيلة الشكل) رأسياً بحيث تغطى الهامش الإيسر من الورقة والذى به إجابات الأسئلة الموجودة بكل إطار .

— إجابة كل إطار مدونة فى الهامش الإيسر امام الإطار التالى له مباشرة.

— اقرأ الإطار رقم (١) بعناية وفكر فيما جاء فيه ثم أجب عن السؤال المطلوب منك ، أو أنك تضع المناسب فى المكان المنقط (.....) المتروك ، ثم دون إجابتك فى الورقة الخارجية .

— إزح قطعة الورق المقوى إلى أسفل لتظهر الإجابة عن الإطار الأول بالهامش أمام الإطار الثانى .

— إذا كانت إجابتك خاطئة تعرف على موضع الخطأ لتتجنبه وذلك بأعادتك قراءة الإطار والتعرف على أسباب الخطأ .

— لا تنتقل إلى الإطار الثانى إلا إذا كانت إجابتك صحيحة ثم تابع بنفس الخطوات السابقة قراءة الإطار (٢) وهكذا .

— لا تترك أى سؤال حتى لا ينقطع مسار تفكيرك .

— بهذه الطريقة تعلم نفسك بنفسك وأيضاً تعتمد على نفسك وهذا هو سر النجاح الذى اتمناه لك .

الباب الأول

وحدة مبرمجة فى الرواسم

الفصل الأول

برنامج فى « مفهوم الرواسم »

الإطار	الإجابة
١ — سـ فئة التلاميذ الجدد بالفصل وتكتب : سـ = { أحمد ، جمال ، نبيل ، حسام } أحمد عنصر يتتمى إلى الفئة سـ تكتب ..... ∋ سـ	
٢ — كل من العناصر أحمد ، جمال ، نبيل ، حسام عناصر تنتمى إلى الفئة سـ . أحمد ، جمال ، نبيل ، حسام ∋	أحمد
٣ — إذا كانت الفئة صـ = { ص ١ ، ص ٢ ، ص ٣ ، ص ٤ ، ص ٥ } تمثل فئة الصفوف بالفصل . فإن ص١ ، ص٢ ، ص ٣ ، ص٤ ، ص٥ عناصر ..... إلى الفئة صـ .	سـ
٤ — إذا عين المدرس لكل تلميذ صفا (وهو الصف الذى الذى يجلس فيه) فمثلا : عين الصف رقم ٣ أو ص ٣ لأحمد ، أيضاً ص٢ لنبيل ، ص ٣ لجمال ، وعين للعنصر المتبقى من الفئة سـ وهو ..... العنصر ص ٥ .	تنتمى

<table>
<tr><td>٥ — يلاحظ أن المدرس قد عين ص ٣ لأحمد . وبالمثل
يكون قد عين الصف ص ٣ أيضاً ل . . . . . ،
ويكون قد . . . . الصف ص ٢ لنبيل .</td><td>حسام</td></tr>
<tr><td>٦ — ص ٣ عُين لأحمد يرمز لها (أحمد ← ص ٣)
وبالمثل يكون جمال ← . . . . ← ص ٢</td><td>جمال
عَين</td></tr>
<tr><td>٧ — التعيينات بين عناصر الفئة سـ إلى عناصر الفئة صـ
تسمى فئة التعيينات من سـ إلى . . . . .</td><td>ص ٣
نبيل</td></tr>
<tr><td>٨ — إذا عُين لعناصر فئة ما عناصر من فئة أخرى فإن
التعيينات بين الفئتين تسمى فئة . . . . .</td><td>صـ</td></tr>
<tr><td>٩ — إذا عُين لكل عنصر فى الفئة سـ عنصرا واحدا فقط
فى الفئة صـ فإن فئة التعيينات من سـ إلى صـ تسمى
راسم من سـ إلى صـ .
∴ الراسم هو فئة . . . . . من سـ إلى صـ تحت الشرط
السابق .</td><td>التعيينات</td></tr>
<tr><td>١٠ — إذا عُين لكل عنصر من فئة ما عنصرا واحدا فقط
من عناصر فئة أخرى فإن فئة التعيينات بين الفئتين
تسمى . . . . .</td><td>التعيينات</td></tr>
<tr><td>١١ — فئة التعيينات من سـ إلى صـ تسمى راسما إذا عين
لكل عنصر فى الفئة . . . . . عنصرا واحدا فقط من
عناصر الفئة صـ .</td><td>راسم</td></tr>
<tr><td>١٢ — الراسم من سـ إلى صـ هو فئة التعيينات بين الفئتين
إذا عين لكل عنصر فى سـ عنصرا . . . . فقط فى صـ .</td><td>سـ</td></tr>
</table>

١٣ — بدارسة ئة التعيينات بين الفئة = سـ { أحمد ، جمال ، نبيل ، حسام } . ، الفئة صـ = { ص١ ، ص٢ ، ص٣ ، ص ٤ ، ص ٥ } نجد أن : أحمد ← ص٣ ، جمال ← ص ٣ نبيل ← ص٢ ، حسام ← ص ٥ يلاحظ أن كل عنصر من الفئة سـ عـين له عنصراً واحداً فقط من الفئة	واحداً
١٤ — التعيينات من سـ إلى صـ تحقق أنها راسم لأن ..... عنصر من سـ عين له عنصراً واحداً فقط من صـ .	صـ
١٥ — الشكل الموضح الممثل للتعيينات من سـ إلى صـ يسمى المخطط السهمى للتعيينات . (سـ: احمد ، جمال ، نبيل ، حسام ← صـ: ص ١ ، ص ٢ ، ص ٣ ، ص ٤ ، ص ٥) يلاحظ فيه أن كل عنصر من الفئة سـ يخرج منه سهم واحد فقط (أى يعين له عنصر واحد فقط) إلى الفئة صـ . هذه التعيينات تحقق إنها	كل
١٦ — أى تعيينات بين فئتين تمثل مخطط سهمى ، بحيث يخرج سهم واحد فقط من كل عناصر الفئة الأولى إلى أى عنصر بالثانية تحقق إنها ...من الفئة الأولى إلى الثانية.	راسم

الإطار	الإجابة
١٧ — إذا كانت سـ = {٢ ، ٤ ، ٦} ، صـ = {أ ، ب ، جـ} سـ ← صـ ٢ ← أ ، ٤ ← أ ، ٤ ← جـ ، ٦ ← ب ، ٦ ← جـ كما بالشكل يلاحظ أنه قد عُين لكل عنصر في سـ عنصر أو أكثر من عناصر صـ . الشكل يسمى ..... السهمي للتعيينات من سـ إلى صـ .	راسم
١٨ — بالمخطط السهمي السابق نجد أن : ٢ ← أ ، ٤ ← (أ ، جـ) ، ٦ ← (ب ، جـ). يتضح أنه عُين لبعض عناصر سـ أكثر من عنصر (ليس واحد فقط) من عناصر صـ . هل هذه التعيينات تسمى راسماً من سـ إلى صـ ؟	المخطط
١٩ — هناك عناصر من سـ يعين لها أكثر من عنصر في صـ (أي يخرج منها أكثر من سهم) . إذاً التعيينات السابقة ليست	لا
٢٠ — في المخطط السهمي للتعيينـــات من سـ إلى صـ كما بالشكل : — سـ ← صـ العراق ← بغداد ، الاردن ← دمشق ، مصر ← القاهرة ، سوريا ← دمشق يلاحظ وجود عنصر في سـ لا يخرج منه سهم (أولا يعين له عنصر في صـ) هل هذه التعيينات تمثل راسماً من سـ إلى صـ؟	راسماً

٢١ — التعيينات بالإطار السابق لا تمثل راسما من سـ إلى صـ وذلك لأن هناك عنصر فى سـ وهو ..... لا يعين له عنصر فى صـ [لأنه لم يتحقق الشرط أن كل عنصر من عناصر سـ يعين له عنصر من عناصر صـ] .	لا
٢٢ — إذا سمى الراسم من سـ إلى صـ كما بالشكل بالراسم م فيكتب ذلك : سـ ← م ← صـ أحمد ، جمال ، نبيل ، حسام ص١ ، ص٢ ، ص٣ ، ص٤ ، ص٥ م : سـ ← صـ وتقرأ م راسم من سـ إلى صـ أى أن الأسهم (التعيينات) تخرج من كل عنصر فى سـ إلى عنصر واحد فقط فى	الأردن
٢٣ — م : سـ ← صـ تكتب أيضا بصورة أخرى وهى سـ ←م ص . أى أن م راسم من الفئة ..... إلى الفئة صـ .	صـ
٢٤ — التعيينات من سـ إلى صـ التى تحقق أنها راسم ل مثلا تكتب ل : ..... ← صـ أو بالصورة	سـ
٢٥ — إذا كان ر راسم من فئة ما سـ إلى فئة أخرى صـ فإنه يعبر عنها بالصورة سـ ←ر صـ أو بالصورة	سـ سـ ←ل صـ

٢٦ — أى من المخططات السهمية بالأشكال ١ ، ٢ ، ٣ تمثل راسما من سـ إلى صـ ؟ (شكل ١: سـ ← صـ ، أحمد، ماجدة، كمال ← ذكر، أنثى — شكل ٢: سـ ← صـ ، ا، ب، جـ ← ١، ٢ — شكل ٣: سـ ← صـ ، ا، ب ← ١، ٢)	ر: سـ ← صـ
٢٧ — المخطط السهمى بشكل ١ يمثل راسما من سـ إلى صـ لأن كل عنصر فى الفئة سـ يعين له عنصرا ..... فقط فى الفئة صـ .	شكل ١
٢٨ — يسمى الراسم بشكل ١ بالراسم ل فيرمز له بالرمز ل : سـ ← صـ أو بالرمز ..... (سـ: احمد، ماجدة، كمال ← ل ← صـ: ذكر، انثى)	واحدا
٢٩ — شكل ٢ لا يحقق أنه راسم لأن هناك عنصر من الفئة سـ وهو العنصر ..... لا يعين له أى عنصر بالفئة صـ (سـ: ا، ب، جـ ← صـ: ١، ٢)	سـ ل← صـ

الإطار	الإجابة
٣٠ — شكل ٣ لا يحقق أنه راسم لأن هناك عنصر في سـ وهو أ يعين له أكثر من عنصر في صـ [أي يخرج منه أكثر من سهم] ويكتب أ ← (..... ، .....) سـ ← صـ أ ← ١ أ ← ٢ ب ← ٢	جـ
٣١ — يطلق على أي راسم من فئة سـ إلى فئة صـ لفظ دالة من سـ إلى صـ . فإذا كان م راسم من سـ إلى صـ يقال أن م دالة من ..... إلى ..... أو بمعنى آخر (صـ دالة في سـ)	١ ، ٢
٣٢ — بالمثل نجد أن ل : سـ ← صـ أي ل راسم من سـ إلى صـ . وهذا يحقق أن ل يطلق عليه لفظ ..... من سـ إلى صـ .	سـ صـ
٣٣ — في أي راسم من سـ إلى صـ تسمى الفئة الأولى سـ نطاق الراسم كما تسمى الفئة الثانية صـ النطاق المصاحب للراسم في إطار ٢٨ نلاحظ أن : الفئة { ذكر ، أنثى } هي النطاق المصاحب للراسم ل مع أن نطاق الراسم هو الفئة { ..... ، ..... ، كمال }	دالة

الإطار	الإجابة
٣٤ — فى الراسم م: س ← ص كما بالشكل : تسمى الفئة { أحمد، جمال، نبيل ، حسام } . . . . . للراسم م . س ← م ← ص أحمد، جمال، نبيل، حسام ص١، ص٢، ص٣، ص٤، ص٥	أحمد ، ماجد
٣٥ — أما الفئة ص = { ص١ ، ص٢ ، ص٣ ، ص٤ ، ص٥ } بالراسم السابق م تسمى فئة . . . . . للراسم م .	النطاق
٣٦ — لأى راسم د : س ← ص أو [س ⇄ ص] الفئة . . . . . هى نطاق الراسم ، مع أن الفئة ..... هى النطاق المصاحب [أى الأسهم تخرج من عناصر النطاق إلى عناصر النطاق المصاحب] .	النطاق المصاحب
٣٧ — بالراسم ل: س ← ص أحمد يعين له العنصر ذكر أى أحمد ← ذكر بالمثل ماجدة ← . . . س ← ل ← ص أحمد، ماجدة، كمال ذكر، أنثى	س ص
٣٨ — أحمد ← ذكر معناها أن العنصر ذكر بالنطاق المصاحب هو صورة العنصر أحمد بالنطاق للراسم ل . بالمثل العنصر انثى بالنطاق المصاحب هو . . . . . العنصر ماجدة بالنطاق للراسم ل .	انثى

٣٩ — فى المخطط السهمى للراسم م بالاطار ٣٤ جمال يعين له الصف ص ٣ (جمال ← ص ٣) معناها أن ص ٣ صورة لجمال بالراسم م . بالمثل نبيل ← ص ٢ أى ص ٢ ..... نبيل بالراسم م .	صورة
٤٠ — ص ٢ صورة لنبيل بالراسم م يرمز لها بالرمز ص ٢ = م (نبيل) أيضاً ص ٥ = م (حسام) تعنى أن ص ٥ هى صورة حسام بالراسم م وعلى وجه العموم ص = م (س) تعنى أن ص صورة العنصر س بالراسم	صورة
٤١ — ص ٣ = م (أحمد) هى نفسها أحمد ←م ص ٣ ويعنى ذلك أن ص ٣ هى صورة للعنصر ..... بالراسم م .	م
٤٢ — فى الراسم ل : سه ← صه العنصر ذكر صورة للعنصر أحمد بالراسم ل وتكتب ...... = ل (أحمد) ولكن العنصر انثى صورة للعنصر ماجدة فى الراسم ل وتكتب انثى = ...	أحمد
٤٣ — ذكر = ل (كال) معناها أن ذكر هى صورة كال بالراسم ل ويرمز لها بالرمز كال ←ل ذكر . ويوضح ذلك أن كل عنصر من عناصر النطاق فى أى راسم يعين له صورة واحدة من عناصر	ذكر ل (ماجدة)

٤٤ — فئة العناصر بالنطاق المصاحب التى هى صوراً لجميع عناصر النطاق تسمى مدى الراسم . المدى للراسم ل هو الفئة { ذكر ، ..... }	النطاق المصاحب
٤٥ — المدى للراسم هو الفئة الجزئية من النطاق المصاحب التى عناصرها صوراً لعناصر النطاق . إذا كانت العناصر التى هى صور بالراسم م هى ص٢، ص ٣ ، ص ٥ فإن فئة المدى للراسم م هى الفئة	أنثى
٤٦ — فئة العناصر بالنطاق المصاحب التى يأتى إليها أسهم من عناصر النطاق تسمى فئة ..... للراسم .	{ ص٢، ص٣، ص ٥ }
٤٧ — « المدى فئة جزئية من فئة النطاق المصاحب للراسم » تجد فى الراسم م أن فئة المدى هى ع = { ص ٢ ، ص ٣ ، ص ٥ } أى أن ع فئة ..... من الفئة { ص١ ، ص٢ ، ص ٣ ، ص ٤ ، ص ٥ }	المــــدى
٤٨ — ط = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... إلخ } = فئة الأعداد الطبيعية فإذا كانت التعيينات من ط إلى ط بشرط أن لكل عدد ن ينتمى إلى ط يعين له العدد (ن + ٣) أى ن ← (ن + ٣) فإن ١ ← (١ + ٣) ١ ← ٤ ، ٢ ← ٥ ، ٣ ← ..... ، ٤ ←	جزئية

٤٩ — المخطط السهمي الآتي يمثل التعيينات من ط إلى ط كل عنصر في ط يعين له عنصر واحد فقط كصورة في الفئة ط الأخرى . التعيينات السابقة تحقق أنها ..... من ط إلى ط . ويرمز له بالرمز ج : ط ← ط . ط ←ج— ط ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، . ، . ، . → ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨	٦ ٧
٥٠ — الراسم ط ←ج— ط السابق فيه الفئة ..... هي فئة النطاق للراسم ج ، مع أن ط هي نفسها أيضاً تمثل فئة ..... للراسم نفسه .	راسم
٥١ — بالمخطط السهمي للراسم ج : ط ← ط نجد أن : — العنصر ٤ صورة للعنصر ١ بالراسم ج تكتب ٤ = ج (١) بالمثل يكون ٥ = ج (.....) ، ..... = ج (٤)	ط النطاق المصاحب
٥٢ — مما سبق نجد أن العنصر ٧ عنصر بالنطاق المصاحب للراسم ج عُين كصورة للعنصر ٤ بالنطاق أي ٤ ←ج— ٧ وتكتب ٧ = ج (٤) . بالمثل في الراسم ج إذا كان ٥ ←ج— ٨ تكتب ٨ = ...	٢ ٧

٥٣ — من المخطط السهمى للراسم ﺟ تكون الفئة {٤، ٥، ٦ ... الخ}
هى فئة ..... للراسم ﺟ : ط ← ط
وذلك لأنها فئة الصور بالنطاق المصاحب لعناصر النطاق

ﺟ (٥)

---

٥٤ — لأى راسمين م : سـ ← صـ
ن : ع ← ل
يقال أن الراسمان م ، ن متساويان إذا تحققت الشروط الآتية معا :

(١) سـ = ع أى إذا تساوى كلا من نطاق الراسمان
(٢) صـ = ل أى إذا تساوى كلا من نطاق مصاحبهما
(٣) م(س) = ن(س) لأى عنصر ينتمى إلى النطاق
أى تكون صورة س بالراسمين واحدة .

من الأشكال السابقة هل —
الراسم أ = الراسم د ؟
الراسم أ = الراسم ﺟ ؟

المدى

---

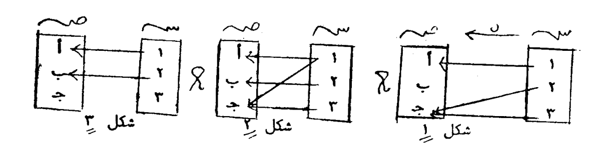
٥٥ — الراسمان أ ، ب فيهما : —
نطاق مصاحب أ ≠ نطاق مصاحب ب مع أن :
نطاق أ = نطاق ب ، أ (س) = ب (س) لكل س ∋ سـ هل يقال أن الراسمان متساويان (أ = ب)؟

لا
نعم

٥٦ — الراسمان أ ، د فيهما : أ (س) ≠ د (س) فى حين أن : نطاق مصاحب أ = نطاق مصاحب د ، نطاق أ = نطاق د ولذا يقال أن الراسمان أ ، د غير ..... وذلك لأن صورة أى عنصر فى الراسم أ غير مطابقة لنظيره فى الراسم د	لا
٥٧ — الراسمان أ ، جـ متساويان لأن الثلاث شروط السابقة متوفرة معا أى لأن: نطاق أ = نطاق جـ ، نطاق مصاحب أ = نطاق مصاحب جـ ، أ (س) = ... لكل من س ∈ سـ	متساويان
٥٨ — إذا كان سـ = {١، ٢، ٣، ٤} الراسم أ : سـ ← سـ كما بالشكل فيه فئة النطاق = فئة النطاق المصاحب = سـ وهنا يكون رسم المخطط السهمى السابق فى شكل مخطط سهمى خطى كالآتى : يسمى الشكل الأخير أيضا بالمخطط السهمى الخطى للراسم سـ ←أ	جـ (س)

٥٩ — إذا كان هناك راسم سـ ← سـ يمثـل بالمخطط السهمي الآتي : 1 ، ٢ ، ٣ ، ٤ من اتجاهات الأسهم يستنتج أن ١ ←٢ ، ٢ ←٣ ، ٣ ←٤ ، ٤ ← ٤ ...... ويسمى الشكل بالمخطط السهمي ..... للراسم ب .	سـ
٦٠ — من المخطط السهمي للراسم سـ ← سـ في الإطار السابق يلاحظ أن النطاق = النطاق المصاحب يساوى الفئة { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } أكمل المخطط السهمي الآتي للراسم ب وذلك من اتجاهات الأسهم في المخطط السهمي الخطي له . (سـ ← سـ : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ / ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)	٢ الخطى
٦١ — الراسمان سـ ←أ سـ ، سـ ←ب سـ يتساوى منهما النطاق والنطاق المصاحب لكن أ (س) ≠ ب (س) هل أ = ب ؟	سـ ← صـ (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ / ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)
انتهى موضوع مفهوم الرواسم	لا

اختبار رقم (١) فى « مفهوم الراسم »



(١) من المخططات السهمية السابقة أجب عما يأتى :

١ — التعيينات بالشكل رقم ..... تمثل راسم من س إلى ص

٢ — الراسم ل من س إلى ص يكتب ..... : س ← ص ، أو بالصورة .....

٣ — نطاق الراسم س $\xrightarrow{ل}$ ص هو الفئة ....

٤ — الفئة { أ ، ب ، جـ } تسمى ..... للراسم ل

٥ — مدى الراسم ل هو الفئة .....

(ب) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة علامة (×) أمام الخاطئة مما يأتى:

( ) مدى الراسم ل = فئة النطاق المصاحب = { أ ، ب ، جـ }

( ) جـ = ل (٣) تعنى أن جـ هى صورة العنصر ٣ بالراسم ل

( ) التعيينات بشكل (٢) لا تحقق أنها راسم لأن العنصر ١ عين له صورتان أ ، جـ .

( ) يكفى لتساوى راسمين تساوى كل من نطاقهما ونطاقهما المصاحب .

( ) يمكن رسم مخطط سهمى خطى للراسم ل مع العلم أن نطاقه ≠ نطاقه المصاحب .

( ) التعيينات بالشكل (٣) فيها العنصر ٣ فى الفئة س لا يعين له أى عنصر فى الفئة ص ولذا لا يحقق أنه راسم .

الفصل الثانى

برنامج فى « انواع الرواسم »

١ — شكل ١ شكل ٢ شكل ٣ أى الاشكال الثلاثة من المخططات السهمية السابقة ليس راسما؟	
٢ — « المدى هو فئة جميع الصور بالراسم » مدى الراسم أ : سہ ← صہ هو الفئة { س ، . . . ، . . . . . } .	شكل ٣
٣ — يلاحظ أن مدى الراسم أ : سہ ← صہ يساوى فئة نطاقه المصاحب لكن مدى الراسم ب : سہ ← صہ هو الفئة . . . . . لا تساوى فئة النطاق المصاحب له .	ص ، ع
٤ — الراسم الذى تكون فيه فئة المدى تساوى فئة النطاق المصاحب يسمى راسم فوقى . إذا فى الراسم الفوقى جميع عناصر النطاق المصاحب تعين كصور لعناصر . . . . . بالراسم .	{ ص ، ع }
٥ — الراسم الفوقى هو الراسم الذى فيه . فئة النطاق المصاحب = فئة	النطاق
٦ — الراسم أ : سہ ← صہ فيه فئة المدى = فئة النطاق المصاحب . إذا الراسم أ راسم	المدى

٧ — الراسم سـ ب← صـ فيه فئة المدى ≠ فئة النطاق المصاحب ولهذا يسمى الراسم ب راسم ليس فوقى لأن هناك عنصر على الأقل فى النطاق المصاحب ليس صورة لأى عنصر فى ..... الراسم .	فوقى
٨ — الراسم الذى يكون فيه فئة المدى ≠ فئة النطاق المصاحب يسمى راسم	نطاق
٩ — شكل ٤ شكل ٥ من شكل (٤) يلاحظ أن فئة المدى للراسم د : سـ ← صـ هى الفئة { س ، ص ، ع } مع أن فئة النطاق المصاحب له هى الفئة = { س، ص، ع ، م } فهل الراسم د فوقى ؟	ليس فوقى
١٠ — الراسم هـ راسم فوقى لأن :- فئة المدى ..... فئة النطاق المصاحب تساوى الفئة { س ، ص ، ع }	لا

١١ — فى أى راسم يمكن أن يعين عنصر بالنطاق المصاحب كصورة لأكثر من عنصر بالنطاق ، أما إذا كان كل صورة من عناصر النطاق المصاحب لراسم ما يعين لعنصر واحد فقط من عناصر النطاق فإن هذا الراسم يسمى راسم احادى

فى الراسم د نجد أن س = د (١) ، ص = د (٣) ،
ع = ...

أى كل صورة بالنطاق المصاحب تعتبر صورة لعنصر واحد بالنطاق وهذا يحقق أن الراسم د راسما احاديا .

تساوى

---

١٢ — الراسم يكون احادى إذا لم يقترن عنصران مختلفان من عناصر النطاق بعنصر واحد من عناصر النطاق المصاحب كصورة لهما .

الراسم هـ : س ← ص راسم ..... لان :
س = هـ (١) ، ص = هـ (٢) ، ع = هـ (٣)

د (٢)

---

١٣ — الراسمان د ، هـ من نوع راسم احادى لان :
كل صورة بالنطاق المصاحب هى صورة لعنصر واحد بـ ..... الراسم .

احادى

---

١٤ — إذا كان هناك عنصر واحد على الأقل بالنطاق المصاحب يعين كصورة لأكثر من عنصر بالنطاق بالراسم فإنه يسمى راسم ليس أحادى .

س ← ص (أ)
١ ← س
٢ ← س
٣ ← ص
٤ ← ع

كما بالشكل فإن الراسم أ : س ← ص ليس احادى لان الصورة س هى صورة لعنصرين بالنطاق وهما ..... ، .....

بنطاق

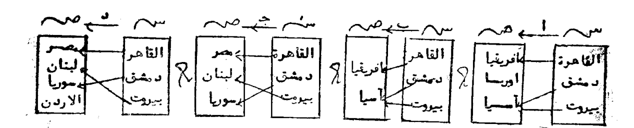
١٥ — سـ ←أ— صـ ‏ ‏ ‏ سـ ←ب— صـ ‏ ‏ ‏ سـ ←جـ— صـ (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ← س ، ص ، ع) ‏ ‏ (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ← س ، ص ، ع) ‏ ‏ (١ ، ٢ ، ٣ ← س ، ص ، ع) شكل ١ ‏ ‏ ‏ شكل ٢ ‏ ‏ ‏ شكل ٣ أى المخططات السهمية السابقة تمثل راسم احادى ؟	١ ٢
١٦ — الراسم أ : سـ ←— صـ راسم فوق لأن المدى = النطاق المصاحب كما أنه راسم .... لأن هناك عنصر بالنطاق المصاحب صورة لأكثر من عنصر بالنطاق . أى لأن س هو صورة للعنصرين ١ ، ٢ .	شكل ٣
١٧ — الراسم سـ ←ب— صـ فيه الصورة ص صورة للعنصرين ١ ، ٢ كذلك ع صورة للعنصرين ٣ ، ٤ أى أن هناك عناصر مختلفة بالنطاق (١ ، ٢ مثلا) تقترن بعنصر واحد فى النطاق المصاحب (ص) . الراسم ب يكون راسم	ليس احادى
١٨ — مدى الراسم ب : سـ ←— صـ هو الفئة { ص ، ع } لايساوى فئة النطاق المصاحب ولذا الراسم ب راسم.....	ليس احادى
١٩ — الراسم سـ ←ب— صـ راسم ليس احادى وليس فوق لكن الراسم سـ ←جـ— صـ راسم احادى و ..... لأن مدى الراسم جـ = نطاقه المصاحب .	ليس فوق

٢٠ — الراسم هـ : سـ ← صـ فيه المدى = النطاق المصاحب، كل عنصر بالنطاق المصاحب صورة لعنصر واحد بالنطاق . أى أن الراسم سـ ← صـ راسم ..... ،	فوق
٢١ — الراسم الذى يكون احادى وفوق معا يسمى راسم تناظر احادى . إذا الراسم هـ السابق راسم من نوع	احادى فوق
٢٢ — الراسم يكون تناظر احادى إذا كان احادى وفوق هل الراسم أ : سـ ← صـ كما بالشكل هو تناظر احادى ؟	تناظر احادى
٢٣ — الراسم الذى لا يحقق أنه احادى وفوق معا يسمى راسم ليس تناظر احادى . الراسم أ : سـ ← صـ راسم فوق وليس احادى إذا الراسم أ راسم	لا

السؤال	الإجابة
٢٤ — الراسم ب : س ← ص راسم من نوع ليس فوق وليس احادى هل الراسم ب تناظر احادى ؟	ليس تناظر احادى
٢٥ — إذا كانت فئة الاعداد الكلية ك = {٠، ١، ٢، ٣، ٠٠ الخ} وكانت التعيينات من ك إلى ك بحيث كل عدد ن يعين له العدد ٣ ن [حيث ن ∋ ك] أى ن ← ٣ ن فيكون صفر ← صفر ، ١ ← ٣ × ١ = ٣ ٢ ← ٢ × ٣ = ٦ ، ٣ ← .... فى حين أن .... ← ٣ × ٤ = ١٢	لا
٢٦ — يلاحظ أن كل عدد كعنصر فى الفئة الأولى ك يعين له عدد واحد فقط كعنصر أيضاً فى الفئة المقابلة ك . أى أن التعيينات من ك إلى ك تحقق أنها راسم من ك إلى ك ويرمز له بالرمز : — د : .... ← ك	٩ ٤
٢٧ — من المخطط السهمى للراسم ك ←(د) ك نجد أن : صفر = د (صفر) ، ٣ = د (١) أى ٣ صورة العدد ١ بالراسم د وأيضاً ٦ = ... فى حين أن ..... = د (٣) وتعنى أن العدد ٩ صورة للعدد ٣ بالراسم د . ك ←(د) ك ك : ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، • ، • ، • ك : أ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، • ، • ، •	ك

٢٨ — الراسم د كما بالمخطط السهمى السابق فيه فئة المدى تساوى الفئة	د (٢) ٩
٢٩ — مدى الراسم د لا يساوى نطاقه المصاحب . إذا الراسم د راسم من نوع ..... ، أيضا كل صورة بالنطاق المصاحب هى صورة لعنصر واحد بالنطاق للراسم د . (أى يأتى إليها سهم واحد) وهذا يحقق أن الراسم د راسم	{ ٠ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ... الخ }
٣٠ — الراسم ك $\overset{د}{\longleftarrow}$ ك السابق احادى وليس فوقى هل هو تناظر احادى ؟	ليس فوقى احادى
٣١ — إذاً لكى يكون الراسم تناظر أحادى يجب أن يكون [..... ، .....] معا . أما إذا لم يكن احادى وفوقى معا فانه يكون راسم	لا
انتهى موضوع أنواع الرواسم	[احادى وفوقى] ليس تناظر احادى

اختبار رقم (٢) فى « أنواع الرواسم »



من المخططات السهمية السابقة للرواسم أ ، ب ، جـ ، د أجب عما يأتى :

<u>أكمل ما يأتى بكلمات مناسة :</u>

١ — الراسم ب : س ← ص راسم من نوع .....

٢ — الراسم جـ : س ← ص راسم فوقى واحادى إذا فهو راسم.....

٣ — الراسم د : س ← ص راسم احادى وليس فوقى لأن فئة.....
لاتساوى فئة النطاق المصاحب .

٤ — الراسم أ : س ← ص ليس فوقى وليس احادى فهو إذا .....

٥ — الراسم س ←ب ص ليس تناظر احادى مع أنه راسم فوقى
ولكنه ..... احادى

٦ — مدى الراسم س ←جـ ص = مدى الراسم س ←د ص =
الفئة .....

الفصل الثالث

برنامج فى « تحصيل الرواسم »

١ — الراسم : م : سه ← صه مخططة السهمى كما بالشكل نطـــاقة الفئة . . . . . نطاقة المصاحب الفئة . . . . . سه ← م ← صه أ ، ب ، جـ ← ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤	
٢ — العنصر أ بالنطاق يعين له العنصر ٣ بالنطاق المصاحب للراسم م وهذا يعنى أن ٣ صورة العنصر أ بالراسم م وتكتب ٣ = . . ٥ . . .	سه صه
٣ — بالمثل فان . . . . . = م (جـ) ، ٢ = ...	م (أ)
٤ — الراسم : ن : صه ← ل مخططـــة السهمى كما بالـــشكل الفئة . . . . . تمثل نطاق الراسم ن مع أن ل تمثل . . . . للراسم ن صه ← ن ← ل ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ← س ، ص ، ع	٤ م (ب)

٥ — العنصر س صورة العنصر ١ بالراسم ن تعنى أن س = ن(١) بالمثل يكون ..... = ن (٢) ، ص = ...	صـ النطاق المصاحب
٦ — من الإطارين ١ ، ٤ نجد أن : — نطاق مصاحب الراسم م = نطاق الراسم ن = الفئة	ع ن (٣)
٧ — كما بالمخطط السهمى للراسمين فى الإطارين ١ ، ٤ : — الفئة صـ مشتركة بين الراسمين فيمكن كتابة الفئة صـ بين الفئتين سـ ، ل بدلا من تكرارها وهذا لا يحدث إلا إذا تحقق الشرط أن : نطاق مصاحب الرسم م = صـ = ... الراسم ن	{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }
سـ $\xrightarrow{م}$ صـ $\xrightarrow{ن}$ ل ٨ — بدمج كلا من المخطط السهمى للراسمين فى مخطط واحد كما بالشكل نجد أن رمز كلا من الراسمين سـ $\xrightarrow{م}$ صـ ، صـ $\xrightarrow{ن}$ ل يمكن أن يدمج إلى الرمز سـ $\xrightarrow{م}$ صـ $\xrightarrow{ن}$	نطاق

٩ — فى الراسمين م : سـ ← صـ ن : صـ ← ل أمكن دمج الصورتين فى الصورة سـ $\xleftarrow{\text{م}}$ صـ $\xleftarrow{\text{ن}}$ ل بالوضع (م يليه ن) وذلك لتحقيق الشرط أن : نطاق مصاحب الراسم الأول ..... = نطاق الراسم التالى له	ل
١٠ — لأن نطاق مصاحب ن ≠ نطاق م فأنه لا يمكن دمج الراسمين بالوضع (ن يليه م) أى لا يمكن تخيلهم فى مخطط سهمى واحد فبما أن سـ $\xleftarrow{\text{ن}}$ ل ، سـ $\xleftarrow{\text{م}}$ صـ فلا يمكن دمجهما لأن الفئة ل ≠ الفئة	م ن
١١ — يمكن تمثيل أى راسمين معاً بمخطط سهمى واحد إذا توفر أن نطاق مصاحب الراسم الأول يساوى ..... الراسم الذى يليه .	سـ
١٢ — بتتبع الإسهم فى المخطط السهمى المشترك للراسمين م ، ن نجد أن :— العنصر ١ يعين له العنصر ٣ بالراسم م إذاً أ $\xleftarrow{\text{م}}$ ٣ والعنصر ٣ يعين له العنصر ص بالراسم ن إذاً ٣ $\xleftarrow{\text{ن}}$	نطاق

١٣ — إذا كان ا ←(م) ٣ ، ٣ ←(ن) ص فيمكن دمجهما فى الصوره الواحده ا ←(م) ٣ ←(.....) ص	ص
١٤ — بالمثل ب ←(م) ٢ ، ٢ ←(ن) ع يمكن دمجهما فى الصوره ب ←(.....) ٢ ←(ن)	ن
١٥ — مما سبق نجد أن كل عنصر فى الفئة سـ = } ا ، ب ، حـ } يعين له عنصر واحد فقط فى الفئة ل = } س ، ص ، ع } أى : ا ← ص ، ب ← ع ، حـ ← ع التعيينات من الفئة سـ إلى الفئة ل تحقق انها راسم من سـ إلى ..... ويسمى هذا الراسم بالراسم المحصل	م ع
١٦ — تقبع الأسهم فى الاطارين ١٢ ، ١٤ نلاحظ ظهور راسم جديد كما يتضح بالشكل السابق : بشرط وضع الراسمين م ، ن فى الوضع (م يليه ن) الراسم المحصل الجديد فيه ص صوره للعنصر ا مع أن ع هى صوره للعنصرين ب ،	ل

١٧ — الراسم من الفئة سـ إلى الفئة ل كما بالشكل ، تتج من دمج الراسمين م ، ن بالوضع (م يليه ن) إذا يسمى بالراسم ..... من سـ إلى ل	ح
١٨ — إذا كان م : سـ ← صـ ، ن : صـ ← ل بشرط أن : نطاق مصاحب م = نطاق ن = صـ فيمكن الحصول على الراسم المحصل للراسمين .... ، ن بشرط وضع (م يليه ن) أو بمعنى آخر ن بعد م	المحصل
١٩ — يسمى الراسم الجديد سـ ← ل بالراسم المحصل للراسمين . بشرط أن (م يليه ن) أو بمعنى آخر	م
٢٠ — الراسم المحصل ن بعد م السابق يرمز له بالرمز ن ◦ م أى أن ن ◦ م تعنى وضع الراسم م أولا ثم يليه للراسم	ن بعد م
٢١ — إذا كان سـ $\xrightarrow{م}$ صـ صـ ، صـ $\xrightarrow{ن}$ ل وكان نطاق مصاحب الراسم م = نطاق ن = صـ فإن التعيينات سـ ← ل تحقق أنها راسم هو ...... للراسمين م ، ن بشرط وضع ن بعد م ويرمز له بالرمز	ن

٢٢ — الراسم المحصل ن بعدم كما بالشكل نطاقة الفئة .... = نطاقة الراسم الأول م . نطاقه المصاحب الفئـــة .... = نطاق مصاحب الراسم الثانى ن . والشكل يمثل المخطط السهمى للراسم المحصل ن ٥ م	الراسم المحصل ن ٥ م
٢٣ — إذا كان نطاق مصاحب راسم ا مثلا يساوى نطاق راسم آخر ب فإنه يمكن الحصول على الراسم المحصل ب ٥ ا وتقرأ ب .... ا أى الراسم ا يليه الراسم ب	سه ل
٢٤ — إذا كان أ : ك ⟵ ى ، ب : ى ⟵ ت حيث ك ، ى ، ت فئات ما وكان نطاق مصاحب الراسم أ = نطاق الراسم ب = الفئة ى فإنه يمكن إيجاد الراسم المحصل ب بعد أ ويرمز له بالرمز	بعد
٢٥ — نطاق مصاحب أ = نطاق ب = الفئة ى إذا يمكن إيجاد الراسم المحصل أ يليه ب أو (ب ٥ أ). هل يمكن ايجاد الراسم المحصل أ ٥ ب .	ب ٥ أ

٢٦ — الراسم المحصل أ ه ب ليس له وجود لأن
نطاق مصاحب الراسم ب ≠ نطاق الراسم الذى بعده
وهو الراسم .....

لا

---

٢٧ —

س ―ر→ ص ص ―ل→ ع

كمال ، أحمد ← ص١ ، ص٢ ، ص٣ ص١ ، ص٢ ، ص٣ ← ١ ، ٢ ، ٣

يلاحظ أن نطاق مصاحب الراسم ر = نطاق الراسم ل
يمكن ايجاد الراسم المحصل ر يليه ل أو ما يعرف بـ
(ل بعد ر)
أى أن الراسم المحصل ..... له وجود.

أ

---

٢٨ — هل يمكن ايجاد الراسم ل يليه ر أى الراسم(ر ه ل)؟

ل ه ر

---

٢٩ — الراسم ر ه ل لا يمكن ايجاده لأن :
نطاق مصاحب الراسم ل لا يساوى نطاق الراسم الذى
بعدة ر أى أن { ١ ، ٢ ، ٣ } ≠ .....

لا

---

٣٠ — ص١ صورة كمال بالراسم ر وتكتب كمال ―ر→ ص١
أيضا العنصر ١ صورة لـ ص١ بالراسم ل ويكتب
ص١ ―ل→ ١
إذا يمكن دمج ذلك فى الصورة كمال ―ر→ ص١ ―ل→ ١
أى أن ١ هى صورة كمال بالراسم المحصل ل ه ر ويرمز
لها بالرمز كمال ―ل ه ر→ ...

{ كمال ، أحمد }

٣١ — إذا كان أحمد $\xleftarrow{\text{د}}$ $ص_٢$ ، $ص_٢$ $\xleftarrow{\text{ل}}$ ٣ فإن : أحمد $\xleftarrow{\text{د}}$ $ص_٢$ $\xleftarrow{\text{ل}}$ ٣ أى يكون : ..... $\xleftarrow{\text{ل٥ر}}$	١
٣٢ — يمكن التعبير عن العبارة كمال $\xleftarrow{\text{د}}$ $ص_١$ $\xleftarrow{\text{ل}}$ ١ أى كمال $\xleftarrow{\text{ل٥ر}}$ ١ كما بالشكل الأول . وبالمثل كما بالشكل الثانى . أحمد $\xleftarrow{\text{د}}$ ص $\xrightarrow{\text{ل}}$ ٣ أى: أحمد $\xleftarrow{\text{ل٥ر}}$ ٣ أكمل هذا الشكل؟	أحمد ٣
٣٣ — إذا كان س $\xleftarrow{\text{م}}$ ص تعنى أن ص صورة س فى الراسم م فإن كمال $\xleftarrow{\text{ل٥ر}}$ ١ تعنى أن ١ صورة كمال بالراسم ل ٥ ر فإذا كان ص = م (س) نجد أن ١ = ل ٥ ر (.....)	٣
٣٤ — بالمثل أحمد $\xleftarrow{\text{ل٥ر}}$ ٣ أى ..... = ل ٥ ر (أحمد) وتقرأ ٣ صورة العنصر أحمد بالراسم المحصل ل ٥ ر .	كمال
٣٥ — إذا كان س $\xleftarrow{\text{ل٥ر}}$ ص فهذا يحقق أن ص = ... (س) أى ص صورة س بالراسم ل٥ر.	٣

٣٦ — ص = ل ٥ ر (س) تكتب ص = ل [ر (س)] إذا ١ = ل ٥ ر (كمال) وتكتب ١ = ل [ر (كمال)] بالمثل ٣ = ل ٥ ر (أحمد) = ل [.....]	ل ٥ ر
٣٧ — كمال ←(ل٥ر) ١ أو ١ = ل [ر (كمال)] تعنى أننا نوجد صورة كمال أولا فى الراسم ر ثم نوجد صورة الصورة فى الراسم ل . أى إذا كان : — كمال ←(ر) ص١ ، ص١ ←(ل) ١ فان كمال ←(ر) ..... ←(ل)	ر (أحمد)
٣٨ — فى الراسمين أ ، ب يمكن إيجاد الراسم المحصل ب ٥ أ لان نطاق مصاحب أ = نطاق الذى بعده ب . هل الراسم المحصل أ ٥ ب له وجود ؟	ص١ ١
٣٩ — من الاطار السابق نجد أن ١ ←(أ) ٣ ←(ب) ٤ أى ١ ←(ب٥أ) ٤ بالمثل يكون ٢ ←(ب٥أ) ٤ ، ٣ ←(ب٥أ) ..... ، ٤ ←(......) ٢	نعم

٤٠ — المخطط السهمى للراسم المحصل ب ٥ أ : سہ ← سہ يكون كما بالشكل [من التعيينات فى اطار ٣٩]
ب ٥ أ تقرأ (ب بعد أ) أى بوضع الراسم أ أولا ثم يليه الراسم .....

٢
ب ٥ أ

---

٤١ — لوضع الراسم ب يليه أ أى (أ بعد ب) نجد أن : —

١ $\xleftarrow{\text{ب}}$ ٢ $\xleftarrow{\text{أ}}$ ٣ ومنها ١ $\xleftarrow{\text{أ٥ب}}$ ٣

بالمثل ٢ $\xleftarrow{\text{ب}}$ ٣ $\xleftarrow{\text{أ}}$ ٤ أى ٢ $\xleftarrow{\text{أ٥ب}}$ .....

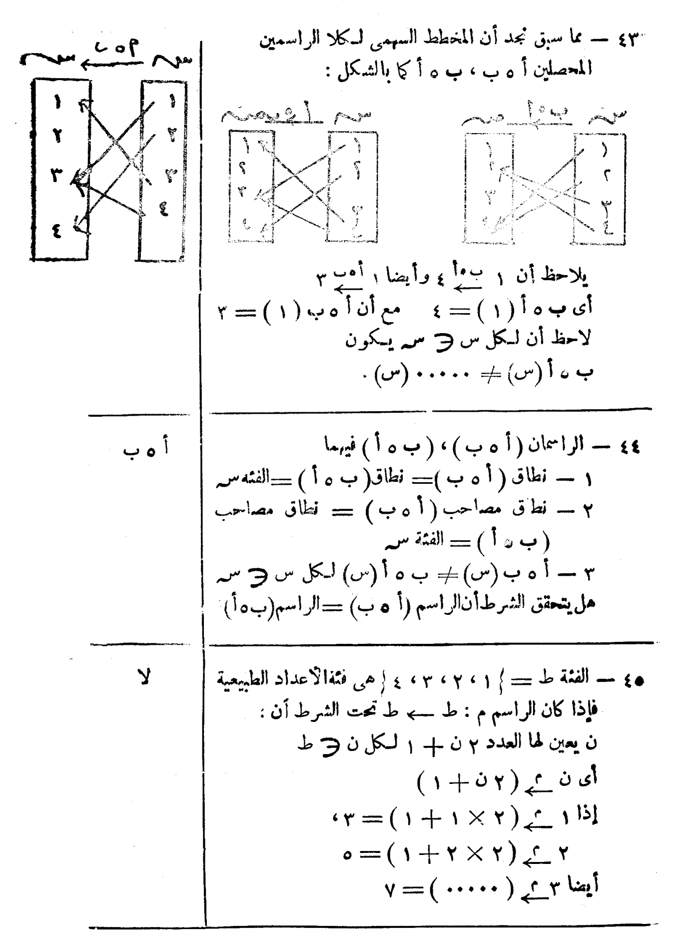
وأيضا ٣ $\xleftarrow{\text{أ٥ب}}$ ١ كما أن ٤ $\xleftarrow{\text{.....}}$ ٣

ب

---

٤٢ — من الاطار ٤١ نجد أن الراسم المحصل أ ٥ ب كما يحدد من التعيينات ويمثل بمخطط سهمى أكمل هذا المخطط كما يحدد من هذه التعيينات للراسم أ ٥ ب.

٤
أ ٥ ب



٤٣ — مما سبق نجد أن المخطط السهمى لـكلا الراسمين المحصلين أ ه ب ، ب ه أ كما بالشكل :

يلاحظ أن ١ ب ه أ ← ٤ وأيضا ١ أ ه ب ← ٣

أى ب ه أ (١) = ٤ مع أن أ ه ب (١) = ٣

لاحظ أن لـكل س ∈ سہ يـكون

ب ه أ (س) ≠ ..... (س) .

---

٤٤ — الراسمان (أ ه ب) ، (ب ه أ) فيهما

١ — نطاق (أ ه ب)= نطاق(ب ه أ) =الفئة سہ

٢ — نطاق مصاحب (أ ه ب) = نطاق مصاحب (ب ه أ) = الفئة سہ

٣ — أ ه ب (س) ≠ ب ه أ (س) لـكل س ∈ سہ

هل يتحقق الشرط أن الراسم (أ ه ب) = الراسم (ب ه أ)

أ ه ب

---

٤٥ — الفئة ط = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } هى فئة الأعداد الطبيعية

فإذا كان الراسم م : ط ← ط تحت الشرط أن :

ن يعين لها العدد ٢ ن + ١ لـكل ن ∈ ط

أى ن م← (٢ ن + ١)

إذا ١ م← (٢ × ١ + ١) = ٣ ،

٢ م← (٢ × ٢ + ١) = ٥

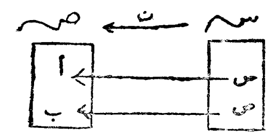
أيضا ٣ م← (.....) = ٧

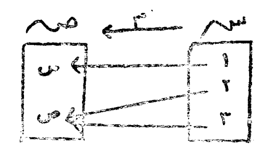
لا

السؤال	الإجابة
٤٦ — إذا عُرف الراسم ل : ط ← ط بالشرط أن : — ن ←ل ٣ ن فأن : — ١ ←ل ٣ × ١ = ٣ ، ٢ ←ل ٦ ، ٦ ٣ ←ل	(٢×٣+١)
٤٧ — الشكل يمثل المخطط السهمى للراسمين م ، ل يلاحظ أنه يمكن إيجاد الراسم المحصل م ٥ ل لأن كل من نطاق ونطاق مصاحب الراسمين = ط هل يمكن إيجاد الراسم ل ٥ م أيضا ؟	٩
٤٨ — كما بالشكل السابق تجد أن : ١ ←م ٣ ←ل ٩ فإن ١ ←ل ٥ م ..... ولكن ١ ←ل ٣ ←م ٧ يكون ١ ←..... ٧	نعم

٤٩ — صورة العنصر ١ بالراسم ل ٥ م لا تساوى صورة نفس العنصر بالراسم م ٥ ل عموما يكون : ل ٥ م (س) ≠ م ٥ ل (س) لكل س ∋ سـ إذا ل ٥ م ≠ ...... [لذا يراعى ترتيب وضع أى راسمين عند تحصيلهما]	٩ م ٥ ل
٥٠ — من الشكل السابق باطار ٤٧ نجد أن : ل ٥ م (٣) = ل [م (٣)] = ل (٧) = ... م ٥ ل (٣) = م [ل (٣)] = م (٩) = ... أى أن ل ٥ م (٣) ≠ م ٥ ل (٣) يؤكد هذا أن الراسم ل ٥ م ...... الراسم م ٥ ل	م ٥ ل
انتهى موضوع تحصيل الرواسم	٢١ ١٩ لايساوى

اختبار رقم (٣) فى « تحصيل الراسم »





من المخططات السهمية للرواسم م ، ن أجب عما يأتى :

(ا) أكمل ما يأتى :

١ ـــ ١ $\xleftarrow{م}$ س ، س $\xleftarrow{ن}$ أ   أى أن ١ $\xleftarrow{ن ٥ م}$ .....

٢ ـــ ٣ $\xleftarrow{ن ٥ م}$ ب تعنى أن ب صورة العنصر ٣ بالراسم .....

٣ ـــ أ صورة للعنصر ١ بالراسم ن ٥ م وتكتب أ = ...

٤ ـــ ب = ن ٥ م (٢) = ن (.....)

٥ ـــ الراسم ن ٥ م يسمى بالراسم ..... للراسمين ن ، م بشرط وضع ن بعد م .

(ب) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام الخاطئة مما يأتى:

(   ) يمكن الحصول على الراسم المحصل م ٥ ن .

(   ) لأن نطاق مصاحب م = نطاق ن فإنه يمكن الحصول على الراسم المحصل ن ٥ م .

(   ) الراسم ن ٥ م = الراسم م ٥ ن إن أمكن إيجادهما .

(   ) ن ٥ م (٢) تعنى إيجاد صورة العنصر ٢ فى الراسم م أولا ثم توجد صورة الصورة بالراسم ن .

الفصل الرابع

برنامج فى « معكوس الراسم (الدالة) »

١ — فى الراسم د سـ ← صـ يعين لكل عنصر فى الفئة سـ عنصرا واحدا فقط فى الفئة صـ أى إذا كان أ ←د ص فهذا يحدد أن ص هى صورة أ فى الراسم د ويرمز لها ص = ‎. . . . .‎	
٢ — العنصر س فى نطاق مصاحب الراسم د صورة العنصرين ب ، جـ بالنطاق أى س = د (ب) ، س = ‎. . . . .‎ (يطلق على الراسم د لفظ الداله)	د (أ)
٣ — إذا كان العنصر س بالنطاق المصاحب للراسم د هو صورة للعنصرين ب ، جـ بالنطاق فإن الفئة { ب ، جـ } تسمى الصورة العكسية للعنصر س وبالمثل إذا كان العنصر ص هو صورة للعنصر أ بالنطاق للراسم د أى ص = د (أ) فإن الفئة . . . . تسمى الصورة العكسية للعنصر ص.	د (جـ)
٤ — الصورة العكسية لأى عنصر بالنطاق المصاحب لراسم ما هى فئة العناصر بالنطاق التى يخرج منها السهم إلى العنصر بالنطاق المصاحب . هل العنصر ع هو صورة لأى عنصر بالراسم د ؟	{ أ }

٥ — العنصر ع بالنطاق المصاحب للراسم د لا يرسم إليه أى سهم من عناصر بالنطاق . لذا الصورة العكسية لـ ع هى فئة بدون عناصر . ولذلك فإن الفئة الخالية هى . . . . . للعنصر ع بالراسم د .	لا
٦ — فى الراسم ل : سـ ← صـ مثلا إذا كان س ∋ سـ ، ص ∋ صـ فإن الصورة العكسية للعنصر ص بالراسم ل = { س : س ∋ سـ ، ص = ل (س) } أى هى فئة العناصر بالنطاق التى يكون العنصر . . . . . بالنطاق المصاحب صورة لهم .	الصورة العكسية
٧ — يلاحظ أن الصورة العكسية لعنصر ما هى فئة قد تكون خالية أو تحتوى على عنصر أو أكثر . الصورة العكسية للعنصر . . . . . بالراسم د السابق هى الفئة { ب ، جـ } .	ص
٨ — الراسم ل : سـ ← صـ كما بالشكل الصورة العكسية للعنصر ب = { ١ } كذلك الصورة العكسية للعنصر أ = الفئة . . . . . وأيضاً الصورة العكسية للعنصر جـ = الفئة . . . . . لأن العنصر جـ ليس صورة لأى عنصر بالراسم ل	س

٩ — يمكن إيجاد الصورة العكسية لأكثر من عنصر بالنطاق المصاحب فهى أيضاً فئة العناصر بالنطاق التى يخرج منها أسهم لتلك العناصر بالنطاق المصاحب . مثلا الصورة العكسية للعنصرين أ ، ب هى الفئة {١ ، ٢ ، ٣} أيضا الصورة العكسية لـ أ ، جـ هى الفئة {٢ ، ٣} وبالمثل الصورة العكسية لـ ب ، جـ هى الفئة	{٢ ، ٣} الخالية
١٠ — الصورة العكسية لـ أ ، ب ، جـ هى الفئة {١ ، . . . . . . ، . . . . . .} أى الصورة العكسية لفئة النطاق المصاحب كلها هى فئة النطاق كلها .	{١}
١١ — فى الراسم د : س ← ص الصورة العكسية لـ س ، ع هى الفئة {ب ، جـ} الصورة العكسية لـ ص ، ع هى الفئة . . . . . كما أن الصورة العكسية لـ س ، ص ، ع (أى لعناصر النطاق المصاحب للراسم) هى فئة . . . . . له .	٢ ٣

١٢ — الراسم ر : سـ ← صـ كما بالشكل سـ —ر← صـ القاهرة ← مصر بيروت ← لبنان دمشق ← سوريا الصورة العكسية للعنصر مصر = { القاهرة } كما أن الصورة العكسية للعنصر لبنان هى الفئة . . . . . ، الصورة العكسية للعنصر . . . . . هو الفئة { دمشق }	{ أ } النطاق
١٣ — الراسم ر السابق راسم احادى وفوق فهو إذا راسم من نوع . . . . . أى يكون الراسم تناظر احادى إذا كانت الصورة العكسية لكل عنصر بالنطاق المصاحب فئة من عنصر واحد (ليس أكثر ولا خالية)	{ بيروت } سوريا
١٤ — إذا حققت التعيينات من سـ إلى صـ كونها راسم تناظر احادى فإن التعيينات من صـ إلى سـ تحقق أنها راسم أيضا لأن كل عنصر فى الفئة صـ يرتبط بعنصر واحد فقط فى الفئة . . . . . كصورة له .	تناظر احادى
١٥ — الراسم الجديد من صـ إلى سـ يسمى الراسم العكسى للراسم ر أو بمعنى آخر الدالة العكسية للدالة ر . ولا يتحقق هـذا إلا إذا كان الراسم ر من نوع احادى و	سـ

فوق

١٦ — يرمز للراسم العكسى للراسم ر : سـ ← صـ بالرمز ر $^{-1}$ أى أن ر $^{-1}$ هو راسم من صـ إلى سـ

ويكتب ر $^{-1}$: ..... ← .....

صـ

سـ

١٧ — لأى راسم م : سـ ← صـ إذا كان م احادى وفوقى أى تناظر احادى فإن م $^{-1}$ يسمى ..... للراسم م أو يطلق عليها الدالة العكسية للدالة م .

الراسم العكسى

١٨ — الراسم ل : سـ ← صـ

كما بالشكل ليس تناظر احادى إذا ل $^{-1}$ ليس لها وجود لأن التعيينات من صـ إلى سـ لا تحقق أنها ..... (أى ليست دالة) .

سـ ـــ ل ← صـ

١ ٢ ٣

أ ب جـ

راسم

١٩ — بالراسم ل نجد أن الصورة العكسية لـ أ = { ٢ ، ٣ }

كما أن الصورة العكسية لـ جـ = الفئة الخالية .

هـذا يحقق أن ل ليس تناظر أحادى [لأن الصور العكسية ليست فئة من عنصر واحد] هل ل $^{-1}$ لها وجود ؟

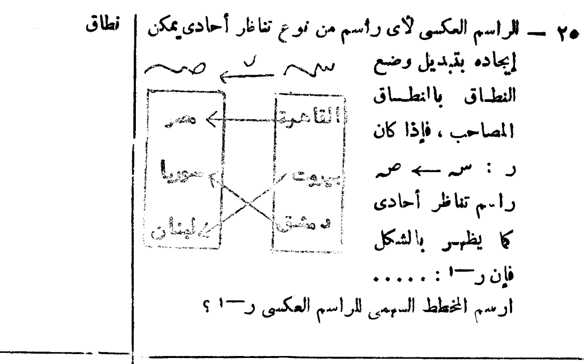
لا

٢٠ — إذا كان هناك راسم د : سـ ← صـ من نوع تناظر أحادى فيمكن إيجاد الراسم العكسى ويرمز له بالرمز .....

٢١ — في المخططات السهمية السابقة للرواسم م ، ن ، ل على الترتيب أي هذه الرواسم لها راسم عكسى ؟	د—١
٢٢ — الراسم العكسى م —١ ليس له وجود لأن الراسم م ليس تناظر أحادى . (الصورة العكسية للعنصر ١ فئة لأكثر من عنصر) بالمثل ل—١ ليس لها وجود لأن الصورة العكسية للعنصر ٢ = ... (ليست فئة لعنصر واحد) .	الراسم ن
٢٣ — فى الراسم ن (فى إطار ٢١) نجد أن الصورة العكسية لكل عنصر بالنطاق المصاحب هى فئة من عنصر واحد إذا الراسم ن : س ← ص . يمكن إيجاد راسم عكسى له يرمز له بالرمز ..... : ص ← س	φ
٢٤ — ن—١ : ص ← س هو راسم عكسى للراسم ن: ص ← س مخططة السهمى كما بالشكل نلاحظ أن : نطاق الراسم العكسى ن—١ = نطاق مصاحب الراسم ن وأيضاً نطاق مصاحب ن —١ = ... الراسم ن	ن—١

نطاق

٢٥ ــ الراسم العكسى لأى راسم من نوع تناظر أحادى يمكن إيجاده بتبديل وضع النطاق بالنطاق المصاحب ، فإذا كان $ر : س \to ص$ راسم تناظر أحادى كما يظهر بالشكل فإن $ر^{-1}$: ......



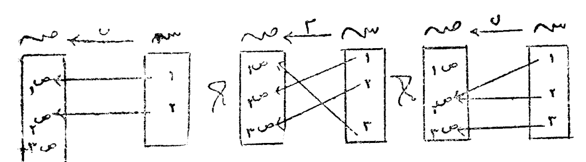
ارسم المخطط السهمى للراسم العكسى $ر^{-1}$ ؟

ص ← س

القاهرة
بيروت
دمشق
مصر
سوريا
لبنان

انتهى موضوع معكوس الرواسم
وانتهت وحدة الرواسم

اختبار رقم (٤) فى « معكوس الراسم (الدالة) »



من المخططات السهمية للرواسم ل ، م ، ن أكمل ما يأتى :

١ — الصورة العكسية للعنصر ص٣ بالراسم ل هى .....

٢ — الصورة العكسية للعنصر ..... بالراسم م هى الفئة { ٣ }

٣ — الصـــورة العكسية لفئة العناصر ص ٢ ، ص ٣ بالراسم ل هى الفئة .....

٤ — لأن الراسم م : س ← ص تناظر أحادى فإن الراسم العكس .... يمكن إيجاده .

٥ — يسمى الراسم م$^{-1}$: ص ← س بالـ ..... للراسم م : س ← ص .

٦ — ن : س ← ص راسم من نوع ..... فقط ولذا فليس له راسم عكسى (دالة عكسية) .



الباب الثانى

وحدة مبرمجة فى العلاقات

الفصل الخامس

برنامج فى «الأزواج المرتبة وحاصل الضرب الـكارتيزى»

الأزواج المرتبة :

١ — الثنائى بين أى عنصرين أ ، ب الذى يكتب على الصورة
(أ ، ب) يسمى زوجا مرتبا .
للعنصرين ٣ ، ٥ فإن الثنائى (٣ ، ٥) يسمى ......

زوجا مرتبا

٢ — إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، صـ = { أ ، ب }
فإن الثنائى (س ، ص) حيث س ∈ سـ ، ص ∈ صـ
يسمى زوج مرتب من عناصر الفئتين سـ ، صـ أى أن:
(١ ، أ) ، (١ ، ب) ، (٢ ، أ) ، (٢ ، ب) ،
...... ، ......
هى أزواج مرتبة من عناصر الفئتين سـ ، صـ

(٣ ، أ)
(٣ ، ب)

٣ — فى الزوج المرتب (س ، ص) للفئتين سـ ، صـ حيث
س ∈ سـ ، ص ∈ صـ فإن :
س يسمى العنصر الأول للزوج ،
ص يسمى العنصر الثانى للزوج
فى الزوج (١ ، ب) العنصر ١ ∈ سـ يسمى العنصر
الأول للزوج ، أما العنصر ب ∈ صـ فيسمى .....
للزوج .

---

٤ — (٢ ، أ) زوج مرتب من عناصر الفئتين سه ، صه حيث ٢ ∋ سه ، أ ∋ صه إذاً العنصر ٢ يسمى ..... للزوج .	العنصر الثانى
٥ — فى الزوج المرتب (٣ ، أ) فإن : العنصر ..... يسمى العنصر الأول للزوج ، أما العنصر الثانى للزوج فهو العنصر	العنصر الأول
٦ — فى أى زوج مرتب (س ، ص) من عناصر الفئتين سه ٦ صه فإن العنصر الأول للزوج ينتمى إلى الفئة سه مع أن العنصر الثانى للزوج ينتمى إلى الفئة	٣ أ
٧ — إذا كان (٣ ، ب) زوج مرتب من عناصر الفئتين سه ٦ صه فإن : العنصر ٣ ينتمى إلى الفئة ..... ، العنصر ..... ينتمى إلى الفئة صه .	صه
٨ — لأى زوجين مرتبين (س ، ص) ، (سَ ، صَ) فإن: (س ، ص) = (سَ ، صَ) إذا وإذا فقط كانت س = سَ ، ص = صَ هل (١ ، أ) = (١ ، ب) ؟	سه ب
٩ — أيضاً (١ ، أ) ..... (٢ ، أ) لأن ١ ≠ ٢ أى لأن العنصر الأول من الزوج الأول لا يساوى الأول من الزوج الثانى .	لا

١٠ — (أ ، ٣) ≠ (أ ، ٢) وذلك لأن : العنصر ..... ≠ العنصر ٢	≠ أو (لايساوى)
١١ — إذا كان (أ ، ب) = (جـ ، د) فإن أ = ... ، ب = ...	٣
١٢ — إذا كان أ = أَ ، ب = بَ حيث أ ، أَ ، ب ، بَ عناصر لفئة ما فإن الزوج المرتب (أ ، ب) = الزوج المرتب	جـ د
١٣ — يتساوى أى زوجين مرتبين (س ، ص) ، (سَ ، صَ) إذا كان : العنصر الأول للزوج = العنصر الأول للزوج الآخر ، العنصر الثانى للزوج = العنصر الثانى للزوج الآخر أى إذا كان س = سَ ، ص = ...	(أَ ، بَ)
١٤ — لأى عنصرين ٣ ، ب فإن (٣ ، ب) هو زوج مرتب فى حين أن { ٣ ، ب } هى فئة مكونة من عنصرين ٣ ،	صَ
١٥ — نعلم أن { ٣ ، ب } = { ب ، ٣ } أى يجوز تبديل وضع العناصر فى الفئة لكن هل الزوج (٣،ب) = الزوج (ب ، ٣) ؟	ب

١٦ — لايجوز تبديل عنصرى الزوج المرتب . أى (٣ ، ب) ≠ (ب ، ٣) لأن ٣ ≠ ب وأيضا ب ٣	لا
١٧ — لأى ثنائى أ ، ب نجد أن : (أ ، ب) ≠ (ب ، أ) لكن { أ ، ب } = { ..... ، ..... }	≠
حاصل الضرب الكارتيزى : ١٨ — إذا كان أ = { أحمد ، كمال } ، ب = { ١ ، ٢ ، ٣ } فإن (أحمد ، ١) ، (أحمد ، ٢) ، الخ يسمى كل منهم زوج ..... بين عناصر الفئتين أ ، ب .	ب أ
١٩ — فئة الأزواج المرتبة من عناصر الفئتين أ ، ب هى : ل = { (أحمد ، ١) ، (أحمد ، ٢) ، (أحمد ، ٣) ، (كمال ، ١) ، (كمال ، ٢) ، ..... }	مرتب
٢٠ — تسمى فئة جميع الأزواج المرتبة من الفئتين أ ، ب بحاصل الضرب الكارتيزى للفئة أ مع الفئة ب . الفئة ل السابقة هى حاصل الضرب الكارتيزى للفئة ..... مع الفئة	(كمال ، ٣)
٢١ — ل = { (س ، ص) : س ∈ أ ، ص ∈ ب } تسمى بحاصل ..... للفئة أ مع الفئة ب .	أ ب

٢٢ — إذا كانت سہ = } ١ ، ٢ { ، صہ = } أ ، ب { فإن حاصل الضرب الكارتيزى للفئة سہ مع الفئة صہ تمثل بالفئة : م = } ..... ، ..... ، (٢ ، أ) ، (٢ ، ب) {	الضرب الكارتيزى
٢٣ — م = } (١ ، أ) ، (١ ، ب) ، (٢ ، أ) ، (٢ ، ب) { تسمى حاصل الضرب الكارتيزى للفئة سہ مع الفئة ..... ويرمز لها بالرمز سہ × صہ	(١ ، أ) (١ ، ب)
٢٤ — الفئة سہ × صہ تقرأ سہ ضرب صہ . وهى فئة الأزواج المرتبة (س ، ص) حيث س ∋ سہ ص ∋	صہ
٢٥ — الفئة ل = } (س،ص) : س ∋ أ = } أحمد ، كمال { ، ص ∋ ب = } ١ ، ٢ ، ٣ { { تسمى أ ضرب ب ويرمز لها بالرمز	صہ
٢٦ — حاصل الضرب الكارتيزى أ مع الفئة ب = أ × ب وتقرأ أ ..... ب	أ × ب
٢٧ — إذا كان ل = } مصر ، السودان { ، م = } أفريقيا { فإن حاصل الضرب الكارتيزى للفئة ل مع الفئة م هى } ..... ، ..... { .	ضرب

السؤال	الإجابة
٢٨ — ل ضرب م هى الفئة = { (مصر ، أفريقيا) ، (السودان أفريقيا) } ويرمز لها بالرمز	(مصر ، أفريقيا) (السودان ، أفريقيا)
٢٩ — الفئة ل × م تسمى بحاصل ..... للفئة ل مع الفئة م .	ل × م
٣٠ — بالمثل تكون م ضرب ل هى حاصل الضرب الكارتيزى للفئة م مع الفئة ل ويرمز لها بالرمز	الضرب الكارتيزى
٣١ — ل × م = { (س ، ص) : س ∈ ل ، ص ∈ م } لكن م × ل = { (س ، ص) : س ∈ م . ص ∈ ل } فهى فئة الأزواج المرتبة حيث العنصر الأول للزوج بها ينتمى للفئة م والعنصر الثانى ينتمى إلى ل م × ل = { أفريقيا ، مصر) ، ..... } .	م × ل
٣٢ — عندما سـ = { ١ ، ٢ } ، صـ = { أ ، ب } فإن صـ × سـ = { (أ ، ١) ، (أ ، ٢) ، ..... ، ..... } .	أفريقيا ، السودان
٣٣ — الزوج المرتب (أ ، ١) ينتمى إلى الفئة صـ × سـ مع أن الزوج المرتب (١ ، أ) ينتمى إلى الفئة .... أى سـ ضرب صـ	(ب ، ١) (ب ، ٢)

الإطار	الإجابة
٣٤ — سہ × صہ = { (١ ، أ) ، (١ ، ب) ، (٢ ، أ) ، (٢ ، ب) } . لكن صہ × سہ = { (أ ، ١) ، (ب ، ١) ، (أ ، ٢) ، (ب ، ٢) } . نجد أن (ب ، ٢) ينتمى إلى صہ × سہ ، (٢ ، ب) ينتمى إلى سہ × صہ هل (١ ، ب) ينتمى إلى صہ × سہ ؟	سہ × صہ
٣٥ — بالمثل نجد أن : (أ ، ٢) ∋ صہ × سہ ، (٢ ، أ) ∋	لا
٣٦ — من الإطارين السابقين نجد أن جميع عناصر الفئة سہ × صہ مختلفة عن جميع عناصر الفئة صہ × سہ لأن : (س ، ص) ≠ (ص ، س) هل سہ × صہ = صہ × سہ ؟	سہ × صہ
٣٧ — لأن جميع الأزواج المرتبة التى هى عناصر الفئة سہ × صہ هى نفسها عناصر الفئة صہ × سہ بعد تبديل وضع عنصرى كل زوج مرتب فإن الفئة سہ × صہ ≠ الفئة ..... لأن تبديل عنصرى الزوج يغيره .	لا
٣٨ — م = { (س ، ص) : س ∋ سہ ، ص ∋ φ } نجد أن الأزواج المرتبة (س ، ص) لايمكن تكوينها لأن ص ليست عنصر . إذاً م = سہ × φ = الفئة ..... لأن عناصر م لايمكن تكوينها ، ولذا فهى بدون عناصر	صہ × سہ

٣٩ — مما سبق نجد أن سـ × φ = φ بالمثل نجد أن φ × سـ = φ . أى واضح أن هذه الفئة لا تحتوى على أى عناصر أى س × φ = ... = φ	الخالية
٤٠ — لأى فئتين أ ، ب نجد أن أ × ب = ب × أ إذا كان : أ = ب أو أ = φ أو ب = φ وذلك لأن أ × أ = أ × أ فقط . ، أ × φ = φ × أ = ...	φ × سـ
٤١ — لأى فئتين سـ = { ١ ، ٢ } ، صـ = { أ ب } فإن كلا من سـ × صـ أو صـ × سـ تتكون من ٤ عناصر (أزواج مرتبة) أى ٢ × ٢ بالمثل مما سبق نجد أن لأى فئتين أ = { أحمد ، كمال } ، ب = { ١ ، ٢ ، ٣ } فإن كلا من أ × ب أو ب × أ تتكون من ٦ عناصر أى ٢ × ٣ أيضا إذا كانت الفئة سـ تتكون من ٣ عناصر ، صـ تتكون من ٣ عناصر فإن كلا من سـ × صـ أو صـ × سـ تتكون من ..... أزواج مرتبة (عناصر) أى (٣ × ٣) .	φ
٤٢ — إذا كانت ل = { مصر ، السودان } ، م = { أفريقيا } فإن ل × م أو م × ل فئة تتكون من عنصرين أى أن ..... × ..... = ١ × ٢ = ٢ .	٩

٤٣ — عندما أ فئة مكونة من عنصرين ، ب فئة مكونة من ٣ عناصر فإن حاصل الضرب الكارتيزى لـ أ مع ب أو لـ ب مع أ فئة تتكون من ٦ عناصر (أزواج مرتبة) لأن ٢ × ٣ = ٣ × ٢ = ...	٢ × ١
٤٤ — إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } فإن حاصل الضرب الكارتيزى لـ س مع س = س × س = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) } وتسمى	٦
٤٥ — س فئة مكونة من ٣ عناصر ولذا فإن س × س هى فئة مكونة من ..... عناصر (أزواج مرتبة) أى تتكون من ٣ × ٣ عنصرا .	س ضرب س
٤٦ — إذا كانت م = { ٥ } فإن م × م = ... أى هى فئة مكونة من عنصر واحد لأن ١ × ١ = ١	٩
٤٧ — م × م = { (٥ ، ٥) } ≠ م لأن م هى الفئة	{ (٥ ، ٥) }
انتهى موضوع الأزواج المرتبة وحاصل الضرب الكارتيزى	{ ٥ }

اختبار رقم (٥) فى
(الأزواج المرتبة وحاصل الضرب الكارتيزى)

أكمل مايأتى :

١ — لأى عنصرين أ ، ب فإن الثنائى (أ ، ب) يسمى . . . . .

٢ — فى الزوج المرتب (س ، ص) لأى عنصرين س ، ص يسمى س العنصر . . . . . ، ص يسمى . . . . . للزوج .

٣ — الزوج المرتب (٣ ، ٥) ≠ الزوج المرتب (٢ ، ٤) لأن :
العنصر ٣ ≠ العنصر . . . . . ، وأيضا العنصر ٥ . . . . . العنصر ٤ .

٤ — فئة جميع الأزواج المرتبة (س ، ص) حيث س ∋ الفئة أ ، ص ∋ ب تسمى حاصل . . . . . للفئة أ مع الفئة ب .

٥ — أ × ب هى فئة حاصل الضرب الكارتيزى للفئة أ مع ب وتقرأ أ . . . . . ب .

٦ — { ١ ، ٣ } ليست زوج مرتب من العنصرين ١ ، ٣ ولكنها . . . . . مكونة من عنصرين .

الفصل السادس

برنامج « فى العلاقة »

الإطار	الإجابة
١ — عندما سـ = {١ ، ٢ ، ٣} فإن : — الفئة {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ١) (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣)} تسمى حاصل الضرب الكارتيزى للفئة سـ مع سـ ويرمز لها بالرمز	
٢ — الأزواج المرتبة (س ، ص) حيث س ، ص ∈ س والتى تحقق الشرط ان س < ص (أى العنصر الأول للزوج < العنصر الثانى للزوج المرتب) هى (١ ، ٢) ، (١ ، .....) ، (٢ ، .....)	سـ × سـ
٣ — الفئة ع = {(س ، ص) : س ، ص ∈ سـ ، س<ص} هى فئة الأزواج المرتبة التى تحقق أن : س ، ص يرتبطان معا تحت شرط أن س < ص . ع = {(١ ، ٢) ، ..... ، .....}	٣ ٣
٤ — بالمثل د = {(س ، ص) : س ، ص ∈ سـ ، س = ص} د = {(١ ، ١) ، ..... ، (٣ ، ٣)}	(١ ، ٣) (٢ ، ٣)

السؤال	الإجابة
٥ — ع فئة جزئية من حاصل الضرب الكارتيزى لـ سـ مع سـ أى أن ع ⊂ سـ × سـ وأيضا فإن الفئة مـ ⊂	(٢ ، ٢)
٦ — تسمى أى فئة جزئية من حاصل الضرب الكارتيزى لـ سـ مع سـ علاقة على الفئة سـ ع فئة جزئية من سـ × سـ ، إذا ع تسمى ..... على الفئة سـ .	سـ × سـ
٧ — مـ ⊂ سـ × سـ أى أنها فئة جزئية من حاصل الضرب الكارتيزى للفئة سـ مع سـ . إذا مـ تسمى علاقة على الفئة	علاقة
٨ — لكى تكون فئة ل مثلا علاقة على الفئة سـ فيجب أن تكون ل فئة ..... من سـ × سـ .	سـ
٩ — العلاقة ع = { (س ، ص) : س < ص } تسمى علاقة « أقل من » ويرمز لها بالرمز « < » . مع أن مـ = { (س ، ص) : س = ص } تسمى ..... التساوى ويرمز لها بالرمز « = » .	جزئية
١٠ — ل = { (س ص) : س ، ص ∋ سـ ، س > ص } تسمى علاقة « أكبر من » ويرمز لها بالرمز « > » أى أن: ل = { (٢ ، ١) (٣ ، ١) ، ..... }	علاقة

الإطار	الإجابة
١١ — إذا كان الزوج المرتب (س ،ص) عنصرا فى العلاقة ع على الفئة سـ فإن (س ، ص) ∋ ع وتقرأ س ص يرتبطان بالعلاقة ع (١ ، ٣) ∋ ع (ع علاقة أقل من) فإن ١ ، ٣ يرتبطان بالـ	(٣ ، ٢)
١٢ — ٢ ، ٣ يرتبطان بالعلاقة ع (علاقة أقل من) تعنى أن : (٢ ، ٣) ∋	بالعلاقة ع
١٣ — أيضا إذا كان (س ، ص) عنصرا بالعلاقة ع أى (س ، ص) ∋ ع فهذا يعنى أن س فى العلاقة ع مع ص ويرمز لها بالرمز س ع ص ولأن (١ ، ٣) ∋ ع فيرمز لها بالرمز ١ ع ٣ وتقرأ ١ فى العلاقة . . . . . مع	ع
١٤ — بالمثل إذا كان العنصر ١ فى العلاقة ع مع العنصر ٢ فيرمز لها بالرمز . . . . . أى ١ ، ٢ يرتبطان بالعلاقة ع أو بمعنى آخر (. . . . .) ∋ ع	ع ٣
١٥ — إذا كان الزوج (٣ ، ١) ∌ ع فإن ٣ ، ١ لا نرتبطان بالعلاقة ع وبالمثل إذا كان ٢ ، ١ لا يرتبطان بالعلاقة ع فإن الزوج المرتب . . . . . ∌ ع	١ ع ٢ (١ ، ٢)

الإطار	الإجابة
١٦ — فى علاقة التساوى مـ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) } نجد أن : (٢ ، ٣) ∌ مـ أى ٢ ، ٣ لا يرتبطان بالعلاقة ..... أيضا ١ ، ٣ لا يرتبطان بالعلاقة مـ تعنى أن الزوج ..... ∌ مـ	(٢ ، ١)
١٧ — إذا كان العنصر س ليس فى العلاقة ع مع العنصر ص أى (س ص) ∌ ع فإنه يرمز لذلك بالرمز س ∲ ص فإذا كانت ع علاقة « أقل من » فإن (٣ ، ٢) ∌ ع ويرمز لها بالرمز	مـ (١ ، ٣)
١٨ — فى علاقة التساوى مـ كما بالاطار ١٦ السابق (٢ ، ٢) ∋ مـ يزمز لها بالرمز ..... فى حين أن (٢ ، ٣) ∌ مـ يرمز لها بالرمز	٣ ∲ ٢
١٩ — ٣ مـ ٣ تعنى أن ٣ فى العلاقة ..... مع ٣ أى (٣ ، ٣) ∋ مـ فى حين أن ٣ مـ+ ١ تعنى أن ٣ ليست فى ..... مـ مع ١	٢ مـ ٢ ٢ مـ+ ٣
٢٠ — ١ ، ٣ لا يرتبطان بالعلاقة مـ تعنى أن : (١ ، ٣) ∌ مـ ويرمز لها بالرمز	مـ العلاقة

السؤال	الإجابة
٢١ — إذا كانت الفئة أ = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } وكانت ل = { (س ، ص) : س ، ص ∋ أ ، س عامل من عوامل ص } إذا كان ٢ عامل من عوامل ٤ فإن (٢ ، ٤) ∋	٣ + ١
٢٢ — الفئة ل فئة جزئية من أ × أ إذاً ل تسمى علاقة على الفئة أ (علاقة عامل من عوامل) . إذا (٢ ، ٤) ∋ ل ويرمز لها بالرمز	ل
٢٣ — ٢ ل ٤ تعنى أن ٢ على علاقة ل مع ٤ أو بمعنى آخر ٢ ، ٤ يرتبطان بالعلاقة	٢ ل ٤
٢٤ — س عامل من عوامل ص معناها أن ص تقبل القسمة على س بدون باقى أى $\frac{ص}{س}$ عدد صحيح . هل ٢ عامل من من عوامل ٣؟	ل
٢٥ — (٥ عامل من عوامل ٥) أى ٥ فى العلاقة ل مع ٥ ويرمز لها بالرمز ٥ ل ٥ لكن (٢ ، ٣) ∌ ل يرمز لها بالرمز	لا
٢٦ — (٢ عامل من عوامل ٦) أى $\frac{٦}{٢}$ = ٣ = عدد صحيح بدون باق . إذا ٢ ، ٦ يرتبطان بالعلاقة ل وتكتب	٢ ل/ ٣

٢٧ — يرمز عادة لعلاقة عامل من عوامل بالرمز «/» أى أن س ل ص التى تعنى أن س عامل من عوامل ص تكتب س / ص .
بالمثل ٢ل٤ تكتب..... ، كما أن فكتب٦/٦

٢ ل ٦

---

٢٨ — بالمثل إذا كانت ع علاقة «أقل من» ويرمز لها بالرمز «<» فإن ١ ع ٢ تكتب ١ < .....

٢ / ٤
٦ ل ٦

---

٢٩ — أيضا مـ علاقة التساوى ويرمز لها بالرمز «=» فإن ٢ مـ ٢ وتكتب ٢ = ... ، كما أن ..... تكتب ٣ = ٣

٣

---

٣٠ — أى زوج مرتب (س ، ص) يمثل فى مخطط سهمى كالشكل

س ــــــ ص

السهم يخرج من العنصر الأول للزوج إلى العنصر الثانى للزوج بالمثل (٢ ، ٣) تعنى أن سهم يخرج من ٢ إلى ٣ ويمثل ذلك بالشكل .....

٢
٣ ـ ٣

---

٣١ — فى الفئة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } نجد أنه يمكن أن تمثل العلاقة ع علاقة «أقل من» على الفئة سـ كما بالشكل:

١ ــــــ ٢ ــــــ ٣

من الشكل نجد أن العلاقة ع = { (١،٢) ، ...... ، ..... }

٢ ــــــ ٣

٣٢ — ١ ← ٢ معناها أن ١ ع ٢ بالمثل ١ ← ٢ تعنى أن ..... (كما فى العلاقة ع باطار ٣١) .
كما أن ٢ ← ٣ كما بالشكل معناها أن ٢ على علاقة ع مع .....

(١ ، ٢)
(٢ ، ٣)

---

٣٣ — يمكن تمثيل الزوج المرتب (٢ ، ٢) فى المخطط السهمى بسهم دائرى يخرج من ٢ ويعود إليها كما بالشكل :

٣ ٢ ١

المطلوب تمثيل علاقة التساوى م = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) } فى مخطط سهمى مكملا الشكل التالى :

٣ ٢ ١

١ ع ٣
٣

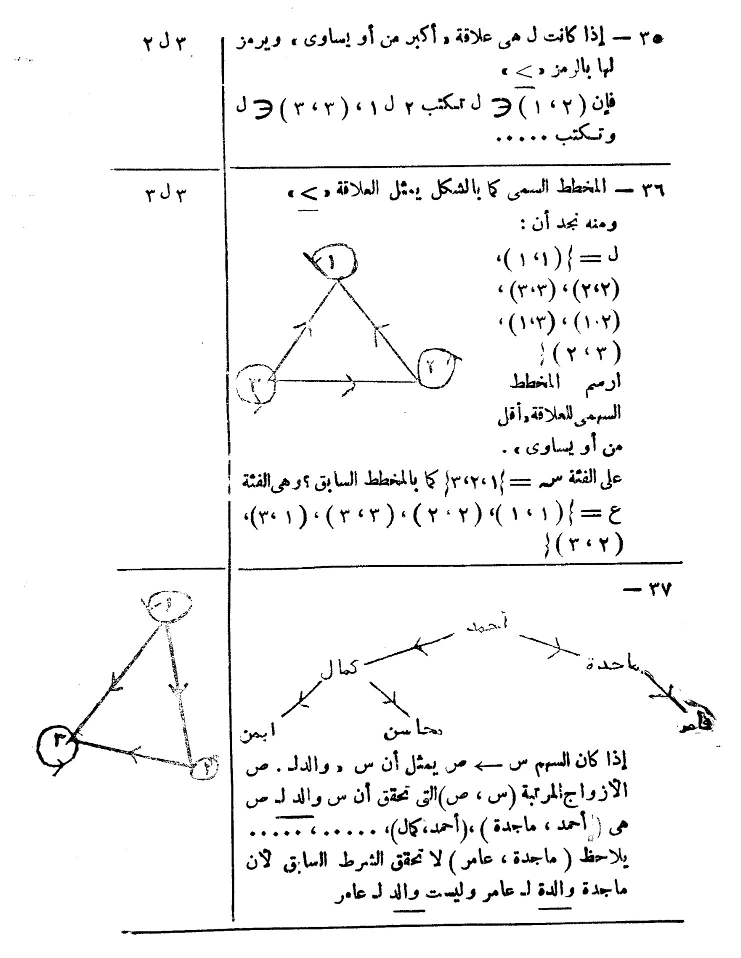
---

٣٤ — علاقة أكبر من « > » على الفئة س = { ١ ، ٢ ، ٣ } هى الفئة :
ل = { (٢ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) } وتمثل بالمخطط السهمى الآتى :

٣ ٢ ١

السهم من ٢ إلى ١ يعنى أن ٢ ل ١ أى (٢ ، ١) ∋ ل
بالمثل السهم من ٣ إلى ٢ يعنى أن .....
أى (٣ ، ٢) ∋ ل

٣ ٢ ١



٣٥ — إذا كانت ل هى علاقة « أكبر من أو يساوى » ويرمز لها بالرمز « ≥ »
فإن (٢ ، ١) ∋ ل تكتب ٢ ل ١ ، (٣ ، ٣) ∋ ل
وتكتب .....

٣ ل ٣

---

٣٦ — المخطط السهمى كما بالشكل يمثل العلاقة « ≥ »
ومنه نجد أن :
ل = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) }
ارسم المخطط السهمى للعلاقة « أقل من أو يساوى » .
على الفئة س = { ١ ، ٢ ، ٣ } كما بالمخطط السابق ؟ وهى الفئة
ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٣) }

٣ ل ٣

---

٣٧ —

إذا كان السهم س ⟵ ص يمثل أن س « والد . ص
الأزواج المرتبة (س ، ص) التى تحقق أن س والد لـ ص
هى (أحمد ، ماجدة) ، (أحمد ، كمال) ، ..... ، .....
يلاحظ (ماجدة ، عامر) لا تحقق الشرط السابق لأن
ماجدة والدة لـ عامر وليست والد لـ عامر

٣٨ — إذا عرفت العلاقة ع = { عامر ، ماجدة) ، (أيمن ، كمال) ، (كمال ، أحمد) } بأنها علاقة « ابن لـ » لأن كل زوج مرتب يحقق أن عنصره الأول ابن لـ عنصره الثانى . علاقة « بنت لـ » هى العلاقة ع = { (س ، ص) : س بنت لـ ص } أى عَ = { (محاسن ، كمال) ، ..... }	(كمال، محاسن) (كمال ، أيمن)
٣٩ — (عامر ، ماجده) ∈ ع تعنى أن عامر ابن لـ ماجدة أيضا (كمال ، أحمد) ∈ ع تعنى أن كمال ..... أحمد	(ماجدة ، أحمد)
٤٠ — بالمثل (محاسن، كمال) ∈ عَ تعنى أن محاسن ..... كمال أى محاسن فى علاقة « بنت لـ » مع كمال .	ابن لـ
٤١ — علاقة « جد لـ » هى العلاقه م حيث م = { (س ، ص) : س جد لـ ص } م = { (..... ، ..... ، (أحمد ، أيمن) }	ينت لـ
٤٢ — إذا كان س جد لـ ص فهذا يحقق أن ص حفيد لـ س أى أحمد جد لـ عامر تحقق أن عامر ..... أحمد أيضا (أحمد ، محاسن) ∈ م تحقق أن محاسن حفيد لـ	(أحمد ، عامر) (أحمد ، محاسن)
٤٣ — علاقة حفيد لـ هى الفئة مَ = { (س ، ص) : س حفيد لـ ص } مَ = { (عامر ، أحمد) ، (محاسن ، أحمد) ، ..... }	حفيد لـ أحمد

٤٤ — كما بالشكل السابق ماجدة أخت لـ كمال ، محاسن أخت لـ أيمن علاقة أخت لـ مع فئة الشكل هى الفئة { ..... ، (محاسن ، أيمن) }	(أيمن ، أحمد)
٤٥ — علاقة التساوى مـ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) } على الفئة س نجد أن كل عنصر من سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } يرتبط بعنصر واحد فقط من سـ (يرتبط مع نفسه) إذا علاقة التساوى مـ تحقق أنها راسم من سـ إلى سـ أما فى علاقة « اقل من » العنصر ٣ لا يرتبط مع أى عنصر كزوج مرتب هل علاقة « أقل من » تحقق أنها راسم ؟	(ماجدة ، كمال)
٣٦ — فى علاقة « ≥ » ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٣) } نجد أن ١ ← ١ ، ١ ← ٢ ، ١ ← ٣ وأيضا ٢ ← ٢ ، ٢ ← ٣ . أى هناك عناصر فى سـ ترتبط بأكثر من عنصر فى سـ فمثلا ١ يرتبط مع (٢ ، ٣) ، ٢ مع (٢ ، ٣) إذا هذه التعيينات لا تحقق أنها ..... من سـ إلى سـ	لا
٤٧ — مما سبق نجد أنه ليست كل العلاقات تحقق أنها راسم فى حين أن كل الرواسم تمثل علاقات . فإذا كان ر راسم من سـ إلى سـ إذا ر تمثل ..... على الفئة سـ	راسم
٤٨ — الراسم من سـ إلى سـ هو فئة جزئية من سـ × سـ أى أن الراسم من سـ إلى سـ هو علاقة على الفئة	علاقة
انتهى موضوع العلاقة	سـ

اختبار رقم (٦) فى العلاقة

أكمل ما يأتى :

١ — العلاقة ع على الفئة سـ مثلا هى فئة جزئية من الفئة . . . . .

٢ — إذا كان ١ ، ٣ عنصرين مرتبطين بالعلاقة ع فهذا يحقق أن الزوج المرتب . . . . . ∋ ع

٣ — (٢ ، ٤) ∋ ع يعنى أن العنصر ٢ على علاقة ع مع العنصر ٤ ويرمز لها بالرمز . . . . .

٤ — العنصران ٢ ، ٣ يرتبطان بالعلاقة ع ويعنى ذلك أن العنصر ٢ على علاقة . . . . . مع العنصر ٣ .

٥ — إذا كان العنصر ٥ ليس على علاقة ع مع العنصر ١ فيكتب ذلك بالصوره (٥ ، ١) ∌ . . . . .

٦ — إذا كان ـ هى علاقة التساوى على الفئة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } نجد أن (١ ، ٣) ∌ ـ ويرمز لها بالرمز . . . . .

الفصل السابع

برنامج فى « بعض خواص العلاقات »

١ — ع علاقة على الفئة سه تعنى أن ع فئة جزئية من	
٢ — يقال أن س ، ص يرتبطان بالعلاقة ع أى (س ، ص) عنصر ينتمى إلى ع وتكتب (س ، ص) ∋	سه × سه
٣ — (س ، ص) ∋ ع معناها أن س على علاقة ع مع ص ويرمز لها بالرمز	ع
٤ — بالمخطط السهمى للعلاقة ع كما بالشكل نجد أن السهم من العنصر ١ إلى العنصر ٢ يعنى أن الزوج المرتب (١ ، ٢) ∋ ع ويتضح من الشكل أن الزوج (١ ، ٣) ∋ ع ، وأيضا للزوج ..... ∋ ع	س ع ص
٥ — السهم من العنصر ١ إلى العنصر ٢ (١ ← ٢) يعنى أن العنصر ١ على علاقة ع مع العنصر ٢ أى يمكن كتابته ١ ع ٢ فى العلاقة ع مثلا لأن ٢ ← ٣ فإنه يمكن كتابتها بالرمز	(٢ ، ٣)

٦ — ع علاقة « أقل من أو يساوى » على الفئة سـ = { ١، ٢، ٣ }
ع = { (١،١) ، (١،٢)
(١،٣) ، (٢،٢) ، (٢،٣)
(٣،٣) }
يلاحظ أن الزوج (١،١)
معناها أن هناك سهم
دائرى حول العنصر ١
أى ١ ← ١ وعلى ذلك
أكمل المخطط السهمى للعلاقة ع كما بالشكل .

٧ — علاقة التساوى على الفئة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } هى :
م = { (س ، ص) : س = ص }
= { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) }
ارسم على هذا الخط المخطط السهمى الخطى للعلاقة م .

١ ٢ ٣

٨ — فى العلاقة م على الفئة سـ نجد أن جميع عناصر سـ ترتبط مع نفسها بالعلاقة م . أى أن (س ، س) ∈ م
مثل هذه العلاقة تسمى علاقة عاكسة .

على ذلك إذا وجد س م س لجميع س ∈ سـ فإن العلاقة م تسمى علاقة .....

١ ٢ ٣

٩ — علاقة « ≥ » ع = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) (٣ ، ٣) }
على الفئة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } علاقة عاكسة لأن كل عنصر من سـ يرتبط مع نفسه بالعلاقة ..... أى لأن س ع س موجودة لـكل س ∈ سـ

عاكسة

---

١٠ — كما بالمخطط السهمى للعلاقتين ع ، مـ نجد أن كل منهما علاقة عاكسة . لأن كل عنصر فى سـ عليه سهم دائرى.
فأى عنصر س ∈ سـ نجد أن س ع س ، .....
تحقق أن ع ، مـ علاقتان عاكستان .

ع

---

١١ — العلاقة م « عامل من عوامل » على الفئة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ }
فيهما كل عنصر بالفئة سـ عامل من عوامل نفسه أى س عامل من عوامل س ، ولذا فإن الزوج (س ، س) ينتمى إلى العلاقة .....

س م س

---

١٢ — فى العلاقة م = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) } لأن ١م١ ، ٢م٢ ، ٣م٣
يحقق ذلك أن العلاقة م علاقة .....

م

---

١٣ — بالمخطط السهمى للعلاقة م كما بالشكل نجد أن كل عنصر يرتبط مع نفسه بالعلاقة م (أى حوله سهم دائرى)
هل يحقق ذلك أن العلاقة م عاكسة ؟

عاكسة

السؤال	الإجابة
١٤ — ل = { (٣، ١)، (٢، ٢)، (١، ٢)، (٢، ٣) } هى علاقة على الفئة { ١، ٢، ٣ } (٣، ٣) ∉ ل أى تكتب ٣ ل/ ٣ هل ل علاقة عاكسة ؟	نعم
١٥ — العلاقة ع المعرفة على سـ تكون ليست عاكسة إذا كان هناك عنصر واحد على الأقل (س ∈ سـ) لا يرتبط مع نفسه بالعلاقة ع أى إذا كان : الزوج المرتب ..... ∉ ع أو بمعنى آخر س ع/ س .	لا
١٦ — لَ = { (١، ١)، (٢، ٣)، (٣، ٣) } هى علاقة على الفئة { ١، ٢، ٣ } (٢ ٢) ∉ لَ أى ٢ لَ/ ٢ ولذا العلاقة لَ تكون ..... مهما كان (١، ١)، (٣، ٣) ∈ ل لأن العنصر ٢ لا ترتبط مع نفسه . (إذا لم يرتبط كل عنصر واحدة مع نفسه فى العلاقة فتكون العلاقة ليست عاكسة) .	(س، س)
١٧ — إذا كانت الفئة ج فئة تلاميذ مدرسة ما ، ل علاقة معرفة على ج حيث س ل ص تعنى أن « س يسكن فى نفس الشارع مع ص » . هل س يسكن فى نفس الشارع مع نفسه ؟	ليست عاكسة
١٨ — س ل س لكل س ∈ ج هـذا يحقق أن ل علاقة	نعم

١٩ — إذا كان « س يسكن فى نفس الشارع مع ص » فذلك يؤدى إلى أن « ص يسكن فى نفس الشارع مع س » أى إذا كان س ل ص فإنه يكون ص ل	عاكسة
٢٠ — لأى علاقة ع على فئة ما سـ فإنه لكل س ، ص ∋ سـ إذا كان س ع ص فإن ص ع س موجودة ومحققة يقال لهذا العلاقة أنها علاقة متماثلة . فإذا كان س ل ص فإن ص ل س لأى علاقة ل تكون العلاقة ل السابقة علاقة	س
٢١ — علاقة « أخ لـ » على فئة الذكور ولتكن م نجد أن : — إذا كان س أخ لـ ص فإن ص أخ لـ س أى إذا كان س م ص فإن	متماثلة
٢٢ — علاقة « أخ لـ » على فئة المذكور علاقة ..... لأن إذا كان س م ص فإن ص م س .	ص م س
٢٣ — فى العلاقة ع « علاقة أقل من » على فئة الأعداد الطبيعية إذا كان العنصر ٢ أقل من العنصر ٥ فإن ٥ ليست أقل من ٢ أى إذا كان س ع ص فإن ص ∌ س لأى س ، ص ينتمى إلى فئة الأعداد الطبيعية . هل علاقة « أقل من » علاقة متماثلة ؟	متماثلة
٢٤ — بين أى عنصرين س ، ص ∋ سـ إذا وجد الزوج (س ، ص) . ولم يوجد نظيره (ص ، س) فى علاقة ع [أى س ع ص فإن ص ∌ س] إذا العلاقة ..... تسمى علاقة غير متماثلة	لا

٢٥ — إذا كان ع علاقة « أقل من » معرفة على الفئة صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } وكانت ١ < ٢ فإن ٢ ≮ ١ ع تسمى علاقة ..... لأن ١ ع ٢ ولكن ٢ ع̸ ١	ع
٢٦ — ١ ليست أقل من ١ ١ لا يرتبط مع نفسه بالعلاقة ع « أقل من » بمعنى أن ١ ع̸ ١ وهذا يحقق أن ع ليست	غير متماثلة
٢٧ — المخطط السهمى الآتى يمثل علاقة « أقل من » على الفئة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } لاحظ أنه لا يوجد أسهم دائرية حول العناصر ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ هل هذا يحقق أن العلاقة ع علاقة عاكسة ؟	عاكسة
٢٨ — نلاحظ بالمخطط السهمى السابق أنه لا يوجد هناك تبادل بين أى عنصرين فإذا كان هناك سهم من ١ إلى ٢ فلا يوجد سهم من ٢ إلى ١ إذا العلاقة ع ليست متماثلة لأن ١ ع ٢ ولكن	لا
٢٩ — فى العلاقة ع « أقل من » السابقة نجد أن : إذا كان ١ < ٢ ، ٢ < ٣ فإن ١ < ٣ أى إذا كان ١ ع ٢ ، ٢ ع ٣ فإن	٢ ع̸ ١

٣٠ — إذا كانت ع علاقة معرفة على فئة صه مثلا وكان ا ع ب ، ب ع حـ فإن ا ع حـ لكل ا ، ب ، حـ ∋ صه يقال لمثل هذه العلاقة بأنها علاقة ناقلة . إذاً علاقة « أقل من » السابقة تحقق أنها علاقة	ا ع ٣
٣١ — ١ < ٢ أى هناك سهم من ١ إلى ٢ أى (١ ← ٢) ، ٢ < ٣ تؤدى إلى (٢ ← ٣) فإن ١ < ٣ تؤدى إلى ١ ← ٣ أى هناك سهم من ١ إلى	ناقلة
٣٢ — بين أى ثلاث عناصر ا ، ب ، حـ ∋ صه ا ← ب ، ب ← حـ ، ا ← حـ أى (ا ، ب) ، (ب ، حـ) ، (ا ، حـ) عناصر توجد بالعلاقة ع على الفئة صه . يحقق ذلك أن ع علاقة	٣
٣٣ — إذا كان ١ ع ٢ ، ٢ ع ٣ ولكن ١ ∤ ٣ فيقال أن العلاقة ع ليست ناقلة . كمثال : فى العلاقة ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) } على الفئة صه يوجد ٢ ع ٣ ، ٣ ع ١ ولكن لا يوجد ٢ ع ١ هل ع ناقلة ؟	ناقلة

٣٤ — علاقة « أخ لـ » على فئة الذكور تحقق أن س أخ لـ س أى عاكسة ؟ وإذا كان س أخ لـ ص فإن ص أخ لـ س أى إنها علاقة	لا
٣٥ — إذا كان س أخ لـ ص ، ص أخ لـ ع : فإن س أخ لـ ع أيضاً أى أن علاقة « أخ لـ » على فئة الذكور علاقة	متماثلة
٣٦ — العلاقة التى تحقق أنها عاكسة ومتماثلة ، ناقلة معا تسمى علاقة تكافؤ . هل علاقة « أخ لـ » على فئة الذكور علاقة تكافؤ ؟	ناقلة
٣٧ — إذا كانت ع علاقة على فئة ما سـ وكانت ع علاقة عاكسة ومتماثلة وناقلة . فإن ع تسمى علاقة	نعم
٣٨ — علاقة « لا تساوى » على الفئة { ا سم ، ب سم ، حـ سم } حيث ا ، ب ، حـ أطوال أضلاع مثلث هى علاقة متماثلة لأنه إذا كان ا ≠ ب فإن ب ≠ ا وهى أيضاً علاقة ناقلة ، لكنها ليست عاكسة هل علاقة « لا تساوى » علاقة تكافؤ أم لا ؟	تكافؤ
٣٩ — علاقة « ≥ » علاقة عاكسة وناقلة لكنها ليست متماثلة أى أن : علاقة « أقل من أو يساوى » أو مايرمز لها بالرمز . . . . . ليست علاقة تكافؤ .	لا

٤٠ — فئة جميع الفئات الجزئية للفئة سہ = { ا ، ب } هى ك = { ϕ ، { ا } ، { ب } ، { ا ، ب } } « ⊂ » هى علاقة الاحتواء الفئوي أو علاقة « فئة جزئية من » على الفئة ك يتحقق فيها أن كل فئة تكون جزئية من نفسها أى أن علاقة الاحتواء الفئوى عاكسة وأيضاً إذا كان س ⊂ ص فإن على العموم ص ⊄ س حيث س ، ص ∈ ك أى أن علاقة الاحتواء الفئوى ليست	« ≥ »
٤١ — علاقة « ⊂ » أى علاقة الاحتواء الفئوى تحقق أن : إذا كان س ⊂ ص ، ص ⊂ ع فإن س ⊂ ع لكل من س ، ص ، ع كفئات جزئية من الفئة { أ ، ب } لذلك فإن علاقة الاحتواء « ⊂ » علاقة	متماثلة
٤٢ — علاقة الاحتواء الفئوى أى « ⊂ » علاقة عاكسة وناقلة لكنها ليست متماثلة . لذا علاقة الاحتواء الفئوى ليست	ناقلة
٤٣ — علاقة الاحتواء الفئوى السابقة ليست علاقة تكافؤ لأنها لا تحقق أنها علاقة . . . . . ، . . . . . ، . . . . . معا .	علاقة تكافؤ
انتهى موضوع خواص العلاقات	عاكسة متماثلة ناقلة

اختبار رقم (٧) فى « بعض خواص العلاقات »

(أ) إذا كانت ع = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ١) } علاقة على الفئة سه = { ١ ، ٢ ، ٣ }

أكمل ما يأتى :

١ — فى العلاقة ع يتحقق أن ١ ع$_{١}$ ، ٢ ع$_{٢}$ ، ٣ ع$_{٣}$ إذا العلاقة ع علاقة . . . .

٢ — ١ ع$_{٢}$ فإن ٢ ع$_{١}$ ولكن نجد أن
٢ ع$_{٣}$ فإن ٣ ∤ع$_{٢}$ (أى لا يوجد ٣ ع$_{٢}$) . إذاً ع علاقة . . . . .

٣ — إذا كان (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ∋ ع فإن ع تكون علاقة ناقلة إذا انتمى الزوج المرتب . . . . . إلى الفئة ع .

٤ — مما سبق نجد أن (١ ، ٣) ∌ ع ولذا فإن العلاقة ع . . . . .

٥ — العلاقة ع عاكسة لكنها ليست متماثلة وليست ناقلة ولذا فإن ع . . . . . علاقة . . . . .

٦ — لأى علاقة ل على فئة سه مثلا تكون ل علاقة تكافؤ إذا كانت ل علاقة . . . . . ، . . . . . ، . . . . . معا .

الفصل الثامن

برنامج فى « الفصول المتكافئة »

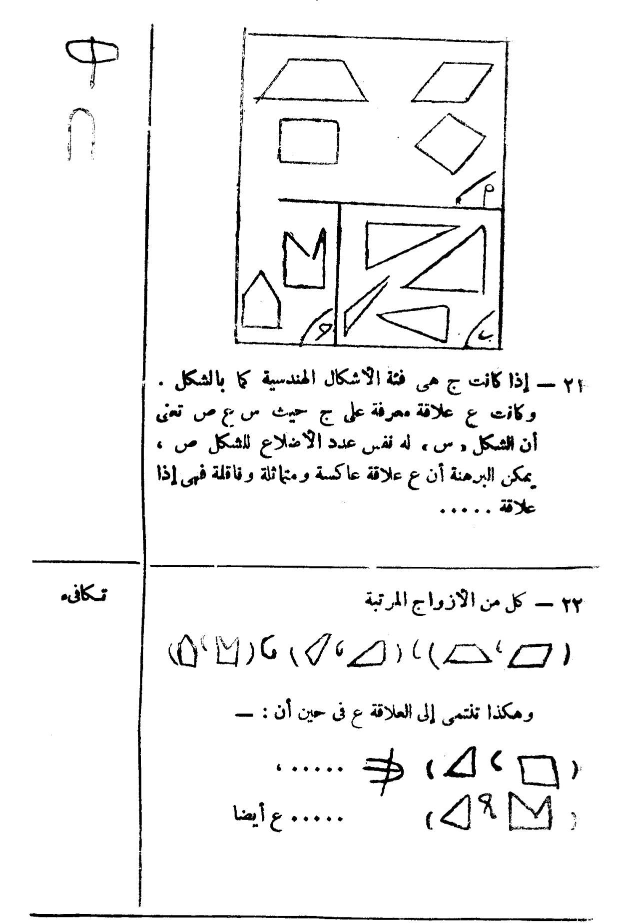
١ — إذا كانت ع علاقة على الفئة أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} حيث ع = {(س ، ص) : س ، ص ∋ أ ، باقى قسم س/٢ = باقى قسم ص/٢} (١ ، ٣) ∋ ع وأيضا (٣ ، ٣) ∋ ..... لان باقى ٣/٢ = باقى ٣/٢ .	
٢ — (٤ ، ٢) ∋ ع لكن (٣ ، ٤) ∌ ع لان باقى ٣/٢ ≠ ٤/٢ . بالمثل (١ ، ٤) ∌ ع لان باقى ١/٢ ..... ٤/٢	ع
٣ — ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤)} لاحظ أن س ع س موجود لجميع قيم س ∋ أ إذا ع علاقة	≠
٤ — بالمثل فإنه إذا كانت س ع ص فإن ص ع س حيث س ، ص ∋ أ وذلك لأنه إذا كان باقى س/٢ = باقى ص/٢ فان العكس صحيح أى باقى ص/٢ = باقى س/٢ هل ع علاقة متماثلة ؟	عاكسة

٥ — لكل س ، ص ، م ∋ أ إذا كان س غ ص ، ص ع م فإن س ع م وتكون العلاقة ع علاقة ناقلة . ع علاقة عاكسة ومتماثلة وناقلة فهى إذا علاقة	نعم
٦ — المخطط السهمى الآتى يمثل العلاقة ع 6 بتتبع الأسهم حول كل عنصر وكذا بين العنصر والآخر نجد أن : — ع تحقق أنها عاكسة ومتماثلة وناقلة . هل ع علاقة تكافؤ أم لا ؟	تكافؤ
٧ — ع = {(١،١)،(١،٣)،(٣،١)،(٣،٣)، (٢،٢)،(٢،٤)،(٤،٢)،(٤،٤)} نلاحظ أن ع تقسم إلى مجموعتين من العناصر الأولى : الأزواج المرتبة التى تحقق أن باقى قسمة عنصريها على ٢ = ½ (تحتها خط واحد) الثانية : الأزواج المرتبة التى تحقق أن باقى قسمة عنصريها على ٢ = صفر (تحتها خطين) العناصر المكونة للمجموعة الأولى هى ١ ، ٢ ∋ أ ، العناصر المكونة للمجموعة الثانية هى ..... ، ..... ∋ أ .	نعم

٨ — تقسم عناصر الفئة أ إلى فئتين من العناصر كل منها يرتبط معا بالعلاقة ع ب = { ١ ، س } ⊂ أ و ج = { ٢ ، ٤ } ⊂	٢ ٤
٩ — العلاقة ع = { (س ، ص) : س ، ص ∈ أ ، باقى قسم $\frac{س}{٢}$ = باقى قسم $\frac{ص}{٢}$ } تقسم الفئة = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } إلى فئتين ب = { ١ ، ٣ } و ج = { ٢ ، ٤ } بحيث ب ∪ ج = { ١ ، ٣ } ∪ { ٢ ، ٤ } = ... = أ	أ
١٠ — علاقة التكافؤ ع على أ تجزئها إلى فئات جزئية تحقق أن ب ∩ ج = { ١ ، ٣ } ∩ { ٢ ، ٤ } = ... إذا الفئة أ تنقسم إلى فئات منفصلة	{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }
١١ — أى علاقة التكافؤ ع معرفة على فئة أ مثلا تجزىء أ إلى فئات جزئية منفصلة وليست خاليـــة . تحقق أن اتحادهم = الفئة ..... ، تقاطع كل فئتين منهم = الفئة	φ
١٢ — الفئات الجزئية التى تجزى إليها الفئة أ بواسطة علاقة التكافؤ ع يطلق عليها اسم فصول متكافئة . ب = { ١ ، ٣ } ⊂ أ تسمى فصل مكافىء أيضا ج = { ٢ ، ٤ } ⊂ أ تسمى	أ

١٣ — الفصول المتكافئة هى الفئات الجزئية المنفصلة وغير الخالية التى تجزىء إليها فئة ما بواسطة علاقة تكافؤ عليها . تقاطع أى فصلين متكافئين = الفئة . . . . . وذلك لأنهم فئات منفصلة .	فصل مكافىء
١٤ — اتحاد الفصول المتكافئة = الفئة الأصلية التى جزئت إليها إذا كان ع علاقة تكافىء على فئة أ . تقسمها إلى الفصول المتكافئة ب ، ح ، د فإن ب ∪ ح ∪ د = ...	الخالية
١٥ — إذا كانت ل علاقة معرفة على الفئة س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } حيث ل = { (س ، ص) : س ، ص ∈ س ، باقى س/٤ = باقى ص/٤ } الزوج (١ ، ٥) يحقق أن باقى ١/٤ = باقى ٥/٤ أى أن . . . . . ∈ ل	أ
١٦ — ل = { (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٤) ، (٤ ، ٠) ، (٤ ، ٤) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٥) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) } نلاحظ أن ل علاقة عاكسة ومتماثلة وناقلة فهى إذا علاقة	(١ ، ٥)

١٧ — العناصر المكونة للأزواج المرتبة فى علاقة التكافؤ ل على الفئة سـ والتى تحقق أن باقى قسمة عنصريها على ٤ = صفر هما العنصران ٠ ، ٤ أما العنصران ١ ، ٥ فيحققا أن باقى قسمتيهما على ٤ = ١ كما أن العنصر ٢ يحقق أن باقى قسمته على ٤ = ٢ فى حين أن ٣ باقى قسمتها على ٤ = ٣ . ولأن ل علاقة تكافؤ فإن الفئات الجزئية { ٠ ، ٤ } ، { ١ ، ٥ } ، { ٢ } ، { ٣ } تكون ..... وليست خالية.	تكافؤ
١٨ — الفئة { ٣ } تسمى فصل مكافؤ وذلك لأن العنصر ٣ وحدة يحقق أن باقى قسمة $\frac{٣}{٤}$ = باقى قسمة $\frac{٣}{٤}$ بالمثل الفئة ..... تسمى فصل مكافؤ لأن باقى قسم $\frac{١}{٤}$ = باقى قسمة $\frac{٥}{٤}$.	منفصلة
١٩ — علاقة التكافؤ ل على الفئة سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } تجزئها إلى فئات جزئية تسمى كل واحدة منها فصل مكافؤ يحقق أن : — { ٠ ، ٤ } $\cup$ { ١ ، ٥ } $\cup$ { ٢ } $\cup$ { ٣ } = الفئة	{ ١ ، ٥ }
٢٠ — أيضا { ٠ ، ٤ } $\cap$ { ١ ، ٥ } = ϕ ، { ٢ } $\cap$ { ٣ } = ... كما أن { ١ ، ٥ } ..... { ٢ } = ϕ	سـ



٢١ — إذا كانت ج هى فئة الأشكال الهندسية كما بالشكل .
وكانت ع علاقة معرفة على ج حيث س ع ص تعنى
أن الشكل « س » له نفس عدد الأضلاع للشكل ص ،
يمكن البرهنة أن ع علاقة عاكسة ومتماثلة وناقلة فهى إذا
علاقة . . . . .

تكافؤ

٢٢ — كل من الأزواج المرتبة

وهكذا تنتمى إلى العلاقة ع فى حين أن : —

. . . . . ،

. . . . . ع أيضا

٢٣ — ع علاقة تكافؤ على ج فهى تجزئها إلى فئات جزئية منفصلة وليست خالية عناصرها ترتبط معا فى أزواج مرتبة تنتمى إلى العلاقة ع الفئات الجزئية هى : أ = { ▱ ، □ ، ⏢ ، ◇ } ب = { ◺ ، ◸ ، ◁ ، ◿ } جـ = { ...... ، ...... }	ع ∌
٢٤ — لأن ع علاقة تكافؤ على الفئة ج فهى تجزئها إلى فئات جزئية تحقق الشرط أن : اتحادهم = الفئة ج ، تقاطع كل اثنين منهم = الفئة ..... وتسمى كل فئة من هذه الفئات	
٢٥ — أ ∪ ب ∪ جـ = الفئة ..... فى حين أن أ ∩ ب = φ ، ب ∩ جـ = ...	الخالية فصل مكافىء
٢٦ — إذا كانت علاقة ع على فئة ما س ليست علاقة تكافؤ فهى لا تجزئها إلى فئات جزئية تحقق أن اتحادهم = الفئة الأصلية وتقاطع كل فئتين منهم = الفئة الخالية . العلاقة ع لا تجزىء الفئة س إلى فصول	ج φ

<table>
<tr><td>٢٧ — علاقة « ≤ » على الفئة سـ = {١ ، ٢ ، ٣}
علاقة عاكسة وناقلة لكنها ليست متماثلة . فهى إذا ليست علاقة تكافؤ .
هل العلاقة « ≤ » تجزىء الفئة سـ إلى فصول متكافئة؟</td><td>متكافئة</td></tr>
<tr><td>٢٨ — علاقة « ≤ » على الفئة سـ هى :
ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣)}
إذا جاز تقسيمها إلى مجموعات يحقق فى كل مجموعة أن :
(عنصر ≤ الآخرين)
فإن (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) [تتكون من العناصر ١ ، ٢ ، ٣]
أيضا (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) [مكونة من ٢ ، ٣]
وكذلك (٣ ، ٣) [مكونة من العنصر ٣ فقط]
لأن العنصر ٣ ≤ العنصر ..... فقط</td><td>لا</td></tr>
<tr><td>٢٩ — الفئات الجزئية للعناصر المشتركة فى كل قسم هى :
{١ ، ٢ ، ٣} ، {٢ ، ٣} ، {٣} وكلها فئات جزئية من الفئة سـ = {١ ، ٢ ، ٣} لكن
{١ ، ٢ ، ٣} ∩ {٢ ، ٣} ≠ الفئة الخالية
وبالمثل {٢ ، ٣} ∩ {٣} = ٣ ≠ .....</td><td>٣</td></tr>
<tr><td>٣٠ — إذاً الفئات الجزئية التى تجزىء إليها الفئة سـ بواسطة العلاقة ع غير منفصلة .
هذه الفئات لا تسمى فصل مكافىء
لأن تقاطع كل فئتين لا يساوى الفئة الـ .....</td><td>Φ</td></tr>
</table>

٣١ — العلاقة ع تجزىء الفئة س لفئات جزئية منفصلة وقد تكون خالية وهى لا تحقق أنها فصول متكافئة وذلك لأن العلاقة ع ليست علاقة	الخالية
انتهى موضوع الفصول المتكافئة وانتهت وحدة العلاقات	تكافؤ

اختبار رقم (٨) فى : « الفصول المتكافئة »

إذا كانت ع علاقة تكافؤ على الفئة أ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } تجزئها إلى الفئات الجزئية الآتية :

{ ١ } ، { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، { ٤ ، ٦ } فأجب عما يأتى :

١ — علاقة التكافؤ ع على الفئة ا تجزئها إلى . . . .

٢ — العناصر ٢ ، ٣ ، ٥ ترتبط معا (كأزواج مرتبة) فى علاقة التكافؤ ع . إذاً الفئة . . . . . تسمى فصل مكافىء .

٣ — الفئة { ٥ ، ٦ } لا تسمى فصل مكافىء لأن عناصرها لا يرتبط معا كأزواج مرتبة تنتمى إلى علاقة التكافؤ . . . . .

٤ — { ١ } ⊔ { ٢ ، ٣ ، ٥ } ⊔ { ٤ ، ٦ } = الفئة . . . . .

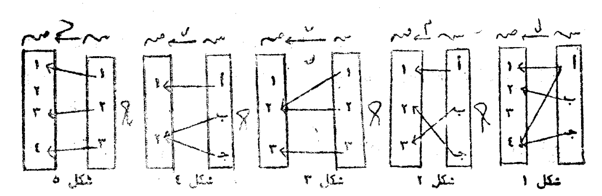
٥ — { ٢ ، ٣ ، ٥ } ⊓ { ٤ ، ٦ } = ...
وذلك لأن الفصول المتكافئة تكون منفصلة .

٦ — إذا جزئت العلاقة ل الفئة س مثلا إلى فئات جزئية وكان تقاطع أى فئتين لا يساوى الفئة الخالية . فإن العلاقة ل ليست علاقة . . . . .

اختبار رقم (٩)

عام فى « الرواسم والعلاقات »

من الأشكال الآتية أجب عما يأتى :



أولا : أكمل ما يأتى بكلمات مناسبة :

١ — التعيينات بشكل ٢ تحقق إنها راسم م من سـ إلى صـ ويرمز لها بالرمز ..... : سـ ← صـ

٢ — نطاق مصاحب الراسم م : سـ ← صـ هو الفئة .....
مع أن نطاق الراسم ر هو الفئة .....

٣ — الراسم م : سـ ← صـ أحادى وفوقى فهو إذاً .....

٤ — فى الراسم د : سـ ← صـ نلاحظ أن ٣ صورة العنصر ٢ وتكتب ٣ = ...

٥ — فى الراسم ر : سـ ← صـ نجد أن فئة المدى = فئة النطاق المصاحب = { ١ ، ٢ } ويحقق ذلك أن ر راسم .....

٦ — الراسم المحصل ن بعد م معناه وضع م أولا ثم يليه ن ويرمز لذلك بالرمز .....

٧ — إذا كان أ $\xrightarrow{م}$ ١ ، ١ $\xrightarrow{ن}$ ٢ فيمكن دمجها كالآتى :
أ $\xrightarrow{م}$ ١ $\xrightarrow{ن}$ ٢ ويعنى هذا أن ا $\xrightarrow{ن ٥ م}$ .....

٨ — الصورة العكسية للعنصرين ٢ ، ٣ فى الراسم ن : سـ ← صـ هى الفئة ......

٩ — لأن م : سـ ← صـ راسم تناظر أحادى فيمكن ايجاد معكوس الراسم م ويرمز له بالرمز ......

١٠ — فى الزوج المرتب (س ، ص) لأى عنصرين س ، ص فإن العنصر الأول للزوج هو العنصر ... . فى حين أن العنصر ص هو ...... للزوج.

١١ — فئة جميع الأزواج المرتبة (س ، ص) حيث س ينتمى إلى فئة أ ، ص ينتمى إلى فئة ب تسمى حاصل ...... للفئة أ مع الفئة ب .

١٢ — العلاقة ع على فئة سـ هى فئة جزئية من الفئة ......

١٣ — إذا كانت ص علاقة التساوى على الفئة { ٢ ، ٤ ، ٦ } فإن الزوج المرتب (٤ ، ٤) ينتمى إلى ص أى ٤ على علاقة ص مع ٤ ويرمز لذلك بالرمز ......

١٤ — فى العلاقة ص نجد أن س ص س موجود لكل من عنصر فى الفئة { ٢ ، ٤ ، ٦ } إذاً العلاقة تحقق إنها علاقة ......

١٥ — علاقة التكافؤ ع على فئة ما سـ تجزىء الفئة إلى فئات جزئية منفصلة وغير خالية يسمى كل منها ......

ثانياً ضع علامة ($\surd$) أمام العبارة الصحيحة ، علامة ($\times$) أمام العبارة الخاطئة مما يأتى :

( ) التعيينات من سـ إلى صـ بشكل ١ لا تحقق إنها راسم لأن العنصر أ يعين له أكثر من صورة .

( ) الراسم م يساوى الراسم ن لتساوى نطاقهما المصاحب فقط .

( ) مدى الراسم م = مدى الراسم ر = الفئة { ٢ ، ٣ } .

( ) الراسم د : سـ ← صـ راسم أحادى لكنه ليس فوق .

( ) الراسم ر : سـ ← صـ راسم فوق فقط لذا فهو تناظر أحادى .

( ) لأن نطاق مصاحب الراسم م = نطاق الراسم ن فيمكن إيجاد الراسم المحصل ن ٥ م .

(   ) لا يمكن إيجاد الراسم د ∘ ل لأن نطاق مصاحب ل ≠ نطاق د .

(   ) لأن الراسم د راسم أحادى فقط فيمكن إيجاد الراسم العكسى د$^{-1}$.

(   ) الفئة أ × ب أو (أ ضرب ب) تسمى حاصل الضرب الكارتيزى للفئة أ مع الفئة ب .

(   ) إذا كانت ع هى علاقة « ⩽ » على الفئة { ١ ، ٢ ، ٣ } فإن الزوج (١،٢) ينتمى إلى ع .

(   ) ١ ع ٢ تعنى أن العنصر ١ على علاقة ع « أقل من » مع العنصر ٢ أى ١ < ٢

(   ) إذا كان الزوج (٣ ، ٢) ∌ ع (علاقة أقل من) فيرمز لها بالرمز ٣ ع̸ ٢ .

(   ) إذا كانت ع علاقة عاكسة وناقلة فقط يكفى بذلك أن تكون ع علاقة تكافؤ .

(   ) العلاقة تكون ناقلة إذا كان س ع ص فإن ص ع س .

(   ) اتحاد الفصول المتكافئة المجزأة إليها فئة ما سـ بواسطة علاقة التكافؤ ع هى الفئة سـ .

الأجوبة اختبارات

إجابة أسئلة كل اختبار	إذا كانت إجابتك خاطئة راجع الاطارات الآتية	من : إلى
اختبار (١)		
(أ) ١ — ١	الفصل الأول	٩ — ١٨
٢ — ل ، س $\xrightarrow{ل}$ ص	»	٢٢ — ٢٦
٣ — { ١ ، ٢ ، ٣ }	»	٣٣ — ٣٦
٤ — النطاق المصاحب	»	٣٣ — ٣٦
٥ — { ١ ، حـ }	»	٤٥ — ٤٨
(ب) ١ — ×	الفصل الأول	٤٥ — ٤٨
٢ — √	»	٣٨ — ٤٣
٣ — √	»	١٨
٤ — ×	»	٥٤ — ٥٧
٥ — ×	»	٦٨ — ٦٠
٦ — √	»	٢١
اختبار (٢)		
١ — فوق	الفصل الثانى	٤ — ٦
٢ — تناظر احادى	»	٢١ ، ٢٢
٣ — المدى	»	٧ ، ٨
٤ — ليس تناظر احادى	»	٢٣ ، ٢٤
٥ — ليس	»	٢٣ ، ٢٤
٦ — { مصر ، لبنان ، سوريا }	»	١ ، ٢ ، ٣
اختبار (٣)		
(أ) ١ — أ	الفصل الثالث	٩ — ١٤
٢ — ن ه م	»	٣٠ — ٣٢
٣ — ن ه م (١)	»	١٣ ، ٣٥
٤ — م (٢)	»	٣٣ ، ٣٤
٥ — المحصل	»	١٥ ، ٢٦

(ب) ١ — ×
٢ — √
٣ — ×
٤ — √

اختبار (٤)

١ — { ٣ }
٢ — ص ١
٣ — { ١ ، ٢ ، ٣ }
٤ — م$^{-1}$
٥ — الراسم العكسى
٦ — احادى

اختبار (٥)

١ — زوج مرتب
٢ — الاول للزوج ، العنصر الثانى
٣ — ٢ ، لا يساوى
٤ — الضرب الكارتيزى
٥ — ضرب
٦ — ثقة

اختبار (٦)

١ — س × سه
٢ — (١ ، ٢)
٣ — ٢ ع ٤
٤ — ع
٥ — ع
٦ — ١ × ٢

	من : إلى
الفصل الثالث	٢٥ ، ٢٦
»	١٨ — ٢٢
»	٤٣ ، ٤٤
»	٣٣ — ٣٦
الفصل الرابع	٤ — ٨
»	٤ — ٨
»	٩ — ١١
»	١٥ — ١٧
»	١٦
»	١٨ — ٢١
الفصل الخامس	١ ، ٢
»	٣
»	٨ — ١٣
»	١٨ — ٢٢
»	٢٤
»	١٤ — ١٧
الفصل السادس	٦
»	١٢
»	١٣
»	١١ — ١٤
»	١٥ — ٢١
»	١٩ ، ٢٠

الإجابة	الفصل	من : إلى
اختبار (٧)		
١ — عاكسة	الفصل السابع	٨
٢ — ليست متماثلة	»	٢٠ — ٢٥
٣ — (١ ، ٣)	»	٣٠ — ٣٢
٤ — ليست ناقلة	»	٣٣
٥ — ليست علاقة تكافؤ	»	٣٩
٦ — عاكسة ، متماثلة ، ناقلة	»	٣٦ — ٣٩
اختبار (٨)		
١ — فصول متكافئة	الفصل الثامن	٧ — ١٢
٢ — { ٢ ، ٣ ، ٥ }	»	٨ — ١٨
٣ — ع	»	٢٨
٣ — ا	»	١١، ١٤، ١٩
٥ — Φ	»	١١ ، ٢٠
٦ — تكافؤ	»	٢٦ — ٣١

اجابة اختبار (٩) العام فى الرواسم والعلاقات

رقم السؤال	الإجابة إجابة الأسئلة أولا :	رقم السؤال	الإجابة إجابة أسئلة ثانيا :
١	م	١	√
٢	{ ١ ، ٢ ، ٣ }	٢	×
٣	تناظر احادى	٣	×
٤	⊃ (٢)	٤	√
٥	فوق	٥	×
٦	ن ٥ م	٦	√
٧	٢	٧	√
٨	{ ١ ، ٢ ، ٣ }	٨	×
٩	$م^{-1}$	٩	√
١٠	س ٦ العنصر الثانى	١٠	×
١١	الضرب الكارتيزى	١١	√
١٢	سه × سه	١٢	√
١٣	٤ ص ٤	١٣	×
١٤	عاكسة	١٤	×
١٥	فصل مكافىء	١٥	√

محتويات الكتاب

رقم الإيداع ٣٥١٩ / ١٩٧٦

ترقيم دولى ٦ — ٠٤٩ — ٢٥٦ — ISBN ٩٧٧

المطبعة العثمانية

١٠ شارع المستعلى بالله بالدراسة

ت : ٩٣٥٤٥٩